제6권 2호

ISSN 2508-2183

2021년 여름호

연구방법논총

Journal of Research Methodology

경북대학교 사회과학기초자료연구소

차 례

[DOI] http://dx.doi.org/10.21487/jrm.2021.7.6.2.1

【연구논문】

바이든 행정부의 대외정책과 한미동맹

민정훈*

논문요약

본 연구의 목적은 미국 바이든 행정부의 대외정책 및 아시아-태평양 정책 방향에 대해 살펴보고, 미·중 전략적 경쟁이 심화되는 상황에서 한국은 어떠한 전략적 움직임을 보여야 하는가에 대해 논의하는 것이다. 미국의 글로벌 리더십 복원을 주창하는 바이든 행정부의 대외정책은 트럼프 행정부에 비해 보다 안정적이고 예측 가능할 것으로 보인다. 그러나 미국이 직면하고 있는 국내정치적 상황 및 국제정치적 환경의 영향력으로 인해 바이든 행정부의 대외정책은 미국의 '글로벌 리더십 복원'과 트럼프 대통령의 '미국우선주의' 라는 두 가지 특성이 혼재된 '현실주의적 국제주의'의 형태로 구체화될 것으로 예상된다. 바이든 행정부의 아시아-태평양 정책은 동맹 및 파트너들과의 협력을 통한 중국 견제에 방점이 찍혀 있으며, 인도-태평양 전략은 중국의 부상에 대응하기 위한 핵심 기제로 작동할 것으로 보인다. 중국 견제를 위해 역내 핵심 동맹인 한국에게 보다 적극적인 기여와 역할을 기대하는 미국의 요구에 대응하고 한국의 전략적 가치를 유지하기 위해 한국 정부는 국익 중심의 '원칙 외교'를 확립해야 할 것이다.

주제어: 바이든 행정부, 글로벌 리더십, 현실주의적 국제주의, 인도-태평양 전략, 원칙 외교

I. 서론

건국 후 20세기 이전까지 고립주의를 고수하던 미국은 두 번의 세계대전을 거치

* 국립외교원 미주연구부, 교수.

며 승전국이자 강대국으로 부상하였다. 제2차 세계대전 이후 실질적 최강대국의 자리에 오른 미국은 강력한 군사력과 경제력 그리고 대서양 동맹을 바탕으로 국제질서를 구축하였다. 미국 주도의 자유주의적 국제질서(liberal internationalism)는 민주주의와 인권 등 인류 보편적 가치의 존중, 개방적 시장경제, 법의 지배, 국제기구와 국제시스템을 통한 다자 차원의 상호 협력의 가치에 근거한 국제질서라는 특징을 지녔으며(서정건 2019), 미국은 자신이 주도한 국제질서를 바탕으로 경제적 번영 및 국제사회에 막대한 영향력을 행사해 왔다.

미국의 국가안보 전략은 자국의 패권국 지위를 유지하는데 초점이 맞추어져 있다. 미국은 자국의 핵심적 이익이 존재하는 유럽, 아시아, 중동 등에서 전진 배치된 군사력과 동맹(alliance)을 기반으로 다른 패권국가의 등장을 막고 세력균형을 유지하여 패권국의 지위를 유지하고자 한다(최우선 2020). 특히 21세기 중국의 부상에 대응하여 미국은 아시아-태평양 지역에서 자국의 이익에 부합하는 세력균형을 유지하기 위해 해당 지역에 군사력을 증강 배치하고 역내 동맹 및 파트너와의 협력을 통한 대(對)중국 견제를 강화하고 있다.

미·중 전략적 경쟁(strategic competition)은 2010년경부터 부각되기 시작하였으며, 양국 간 전략적 경쟁의 증대는 세력균형의 변화와 연계된 불가역적인 추세라고 할 수 있다. 미국과 중국의 경제력 격차는 2000년 8.5:1에서 2019년 1.5:1로 빠르게 축소되었으며, 중국은 군사력 현대화를 통해 정밀타격 능력과 공중 전력 등에 있어서 미국과의 격차를 줄이고 있다. 국력이 급격히 커지면서 중국은 자신의 이익을 보다 강하게 주장하고 영향력을 확대하고자 하는 모습을 보이고 있는 한편 아시아에서의 패권국가 등장 방지를 핵심적인 역내 전략 목표로 추구하는 미국은 중국의 부상과 패권 추구 견제에 우선순위를 부여하고 있다. 이러한 미·중 간 세력균형 변화 추세에 변동이 없는 한 바이든 행정부에서도 미·중 전략적 경쟁 기조는 지속될 것으로 보인다.

미국 바이든 행정부의 출범으로 향후 4년 간 미국이 글로벌 리더로서 보다 적극적인 모습을 보여줄 것으로 예상된다. 작년 대선 기간 바이든 후보는 자신이 당선될 경우 미국과 동맹국들과의 관계를 소원하게 만들고 미국의 국제적 위상을 손상시킨 트럼프 대통령의 미국우선 대외정책을 폐기하고, 미국의 글로벌 리더십 복원을

위해 외교를 재활성화하고 동맹과의 신뢰 회복 및 다자주의를 복원할 것임을 천명했기 때문이다.

바이든 행정부 초기의 외교·안보 행보는 21세기 미국의 핵심적 이익이 존재하는 인도-태평양 지역을 중심으로 본격화되고 있다. 바이든 행정부는 중국을 국제질서에 도전 가능한 경쟁자로 규정하고 중국과의 전략적 경쟁에서 우위를 지키기 위해 역내에서 활발한 외교전을 펼치고 있다. 출범 초기 쿼드 첫 정상회의, 미·일 외교·국방 장관회의, 한·미 외교·국방 장관회의, 미·인 국방 장관회의, 미·중 고위급 회담, 미·일 정상회담, 한·미 정상회담을 개최하며 바이든 행정부의 대(對)중국 견제 의지를 분명히 하고 있다.

본 연구에서는 바이든 행정부의 대외정책 방향에 대해 국내정치적 상황과 국제정치적 환경이라는 측면에서 조망해 보기로 한다. 또한 바이든 행정부의 아시아-태평양 정책 방향에 대하여 대중(對中) 정책 및 인도-태평양 전략을 중심으로 살펴보고, 미·중 전략적 경쟁이 심화되는 상황에서 한국은 어떠한 전략적 움직임을 보여야 하는가에 대해 논의해 보고자 한다.

II. 바이든 행정부의 대외정책 기조

바이든 행정부의 대외정책 기조는 '2020 민주당 정강정책(2020 Democratic Party Platform)'과 '국가안보전략 잠정지침(Interim National Security Strategic Guidance)'을 통해 확인할 수 있다. 민주당 전당대회(national convention) 둘째 날인 2020년 8월 18일에 채택된 민주당 정강정책에 따르면,[1] 바이든 행정부는 트럼프 대통령의 미국우선주의를 폐기하고 '미국 리더십의 복원(renewing American leadership)'을 추구할 것이며, 이를 위해 민주적 가치를 대외정책의 중심에 놓고 외교를 재활성화할 것임을 밝혔다.

1)'2020 Democratic Party Platform' https://www.demconvention.com/wp-content/uploads/ 2020/08/2020-07-31-Democratic-Party-Platform-For-Distribution.pdf(검색일: 2021년 4월 21일).

구체적으로 동맹, 파트너십, 국제기구 등의 재창조를 통해 가치를 공유하는 동맹 및 파트너들과 함께 미국의 리더십을 복원하기 위한 움직임을 본격화할 것으로 보인다. 동맹은 대체할 수 없는 국가 안보의 초석이며, 동맹국들의 상호 이익을 증진하고 새로운 도전에 대처하기 위해 동맹을 재창조할 것이라고 천명하였다. 이를 위해 파트너 간 상호운용능력 개선을 위해 협력하고, 파트너들의 방어능력 증강, 지역 안보를 위한 책임 확대, 공정한 비용 분담을 위한 헌신을 하도록 격려할 것이라고 밝혔다. 또한 동맹은 민주적 가치를 공유하고 있을 때 가장 강력하며, 민주주의의 세계적 침체를 끝내기 위해 동맹을 맺고 있는 민주주의 국가들과 협력할 것임을 분명히 하였다. 동맹 재창조와 더불어 바이든 후보 측은 WHO, UN Human Rights Council 등 국제기구에 재가입하고 개혁할 것임을 밝혔다.

2021년 3월에 발간된 ‘국가안보전략 잠정지침’ 보고서는 2020 민주당 정강 정책에 명시된 바이든 행정부의 대외정책 기조를 확인하고 보다 구체화하였다. 동 보고서에서 바이든 행정부는 민주주의가 위기에 봉착하고, 미국 주도의 국제질서가 시험에 직면하였다고 지적하였다. 중국, 러시아, 이란, 북한 등 권위주의 국가들이 위협을 제기하고 있으며, 특히 중국은 잠재적으로 국제질서에 도전 가능한 유일한 경쟁자로 급격히 공세적으로 변모하고 있다고 명시하였다. 이러한 도전에 대응하기 위해 미국은 민주 동맹 및 파트너들과 함께 전 세계에서 민주주의를 강화해야 한다고 주장하였다. 구체적으로 NATO, 호주, 한국, 일본 등 민주주의 동맹국들 및 인도, 아세안 등 우방국들과의 파트너십을 재활성화 해야 한다고 밝혔다. 동맹은 미국의 가장 큰 전략자산이며, 민주 동맹 및 파트너들과의 협력을 통해 인권을 지키고 부정부패와 싸우는 것뿐만 아니라 신기술, 우주, 사이버 공간, 보건, 환경 등 광범위한 분야에서 효과적인 국제 규범 및 표준을 구축함으로써 중국 등 권위주의 세력의 도전에 대응할 것임을 천명했다(White House 2021).

작년 대선 승리 이후 바이든 행정부는 미국의 글로벌 리더십 복원을 위한 적극적인 행보를 보이고 있다. 2020년 11월 24일 바이든 당선인은 자신의 외교·안보팀을 소개하는 기자회견에서 “미국이 돌아왔다(America is back)”라고 천명하고 자신의 외교·안보팀에 대해 “세계에서 물러나는 것이 아니라 세계를 이끌 준비가

되어 있다는 사실을 보여주는 팀"이라고 밝혔다.2) 또한 바이든 행정부는 임기 초반 쿼드 첫 정상회의, 미·일 외교·국방 장관회의, 한·미 외교·국방 장관회의, 미·인 국방 장관회의, 미·중 고위급 회담, 미·일 정상회담, 기후 정상회의. 한·미 정상회담 등을 개최 또는 주도하며 미국의 리더십 복원을 위한 활발한 외교전을 펼치고 있다.

이러한 바이든 행정부의 글로벌 리더십 복원을 위한 움직임은 "미국이 자유주의적 국제질서의 맹주로 회귀하는 것인가?"라는 질문을 던지게 한다. 이러한 질문에 대한 답을 얻기 위한 노력으로 아래에서는 현재 미국이 직면한 국내정치적 상황과 국제정치적 환경을 살펴보고자 한다. 바이든 행정부를 둘러싸고 있는 대·내외적 상황은 바이든 행정부의 대외정책이 트럼프 대통령의 '미국우선 대외정책'과 미국 주도의 '자유주의적 국제질서' 라는 두 가지 특성이 혼재된 '현실주의적 국제주의(realistic internationalism)'의 형태로 진행될 가능성이 높음을 보여줄 것이다.

1. 국내정치적 상황

2020년 미국 대통령 선거에서 표출된 유권자의 표심은 바이든 행정부의 대외정책 기조에 영향을 미치는 주요한 국내정치적 요인이다. 4년 전과 마찬가지로 2020년 미국 대선도 주요 경합주(battleground states)에서의 유권자 표심이 대선 결과에 결정적인 영향을 미칠 것으로 예상되었다. 구체적으로 어느 후보가 6개 주요 경합주(위스콘신, 미시간, 펜실베이니아, 플로리다, 애리조나, 노스캐롤라이나)에서 지지층 결집 및 동원에 성공하는지가 승패에 핵심적인 역할을 할 것으로 예상되었다. 2020 미국 대선 기간 실시된 여론조사 결과는 두 후보가 주요 경합주에서 치열한 접전을 펼칠 것임을 예상하게 해 주었으며, 이러한 결과는 어느 후보가 주요 경합주에서 승리하든 두 후보 간 득표율 차이는 근소할 것임을 보여주었다.

---

2) " "미국이 돌아왔다" 바이든 외교안보팀이 말하는 '美가 돌아가야 할 길' ", 조선일보(2020년 11월 26일), https://www.chosun.com/international/us/2020/11/26/7ACD7273J5AHHM5MRHLXOL22HE/)

ABC, CBS, CNN, NBC 뉴스가 컨소시엄(consortium)을 구성하여 실시한 2020년 미국 대선 출구조사(exit polls) 결과는 트럼프 대통령과 바이든 후보 모두 주요 경합주에서 90%가 넘는 자당 지지층의 선택을 받았음을 보여주었다.[3] 이러한 결과는 작년 대선에서 두 후보 모두 자당 지지층을 결집 및 동원하는데 성공했음을 나타낸다. 또한 코로나19 대응 논란, 인종 차별 논란, 경제 회복 등 이번 대선의 주요 의제들은 정당일체감에 따라 양극화되는 양상을 보였다. 트럼프 행정부의 코로나19 대응 논란 및 인종 평등 문제를 주요 의제로 인식한 유권자들은 바이든 후보를 선택한 반면 트럼프 행정부의 코로나19 대응을 긍정적으로 평가하고 경제 회복을 주요 의제로 선택한 유권자들은 트럼프 대통령을 지지한 것이다. 이러한 결과들은 정당 양극화가 유권자 투표 행태에 미치는 영향력이 2020년 미국 대선에서 유지 및 강화되었음을 보여준다.

2020 미국 대선 출구조사 결과는 정당 양극화가 투표 행태에 강력한 영향을 미치는 상황에서 주요 경합주에서 백인(white) 및 무당파(independent) 유권자들의 표심이 대선 승자를 결정하는데 핵심적인 역할을 했음을 보여주었다. 특히, 4년 전과 비교할 때, 러스트벨트(Rust Belt) 지역 3개 주(펜실베이니아, 미시간, 위스콘신)에서 해당 유권자들의 바이든 후보 지지 증가는 바이든 후보가 이번 대선의 승자가 되는데 결정적인 역할을 하였다(민정훈 2020a). 러스트벨트 지역에서의 승리가 바이든 후보의 백악관 입성에 결정적인 역할을 함으로써 백인 유권자, 특히 백인 노동자 계층의 표심이 민주당 정권 유지에 필수적이라는 것이 재확인되었다. 또한 바이든 후보가 간발의 차로 러스트벨트 지역에서 승리했다는 것은 해당 유권자들의 표심이 민주당으로 충분히 회귀하지 않았음을 보여준다. 이러한 결과는 바이든 행정부와 민주당이 추진하는 정책에 러스트벨트 지역 유권자들의 이해관계가 비중 있게 반영될 것임을 시사해 준다. 따라서 내년에 실시될 중간선거와 2024년 대선을 앞두고 이들의 표심을 유지 및 추가 확보하기 위해 바이든 행정부 및 민주당은 미국 노동자 계층의 이익을 우선시하는 보호무역주의 성향의 '공정무역(fair trade)' 기조를 유지 및 강화할 것으로 예상된다.

---

3) CNN, "2020 U.S. Presidential Election Exit Polls," https://edition.cnn.com/election/2020/exit-polls/president/national-results(검색일: 2021년 4월 21일).

바이든 행정부 주요 인사들의 언급과 바이든 행정부가 강조하고 있는 '중산층을 위한 대외정책(Foreign Policy for the Middle Class)'주장은 이러한 전망을 뒷받침해 준다. 작년 말 백악관 국가안보보좌관으로 내정된 뒤 첫 발언에서 제이크 설리번(Jake Sullivan)은 "국민들이 정부가 자신들을 위해 일하고 있지 않다고 여긴다는 데 가장 큰 문제가 있다. 국제 안보 문제와 함께 국내의 불평등과 혼란, 노동자와 정부 사이의 단절 문제를 백악관의 테이블에 동시에 올려놔야 한다는 점을 알게 되었다."라고 밝혔다. 이는 외교·안보 정책이 국민들의 삶과 동떨어져 있는 것이 문제이며, 따라서 국민들이 외교정책의 혜택을 직접 느낄 수 있도록 노력할 것임을 밝힌 것이다. 토니 블링컨(Tony Blinken) 국무장관도 바이든 행정부의 8대 외교 과제를 제시하면서 이러한 과제가 국내 과제와 불가분의 관계라는 점을 강조했다.[4] 즉 외교의 성공을 가름하는 척도도 국내 과제와 마찬가지로 외교정책이 국민의 삶에 보탬이 되는가의 여부라고 규정한 것이다. 예를 들어 자유무역이 반드시 미국에 이익이 되는 것은 아니라고 밝히며, "미국의 모든 일자리를 지키기 위해, 모든 국민의 권리와 보호, 이익을 지키기 위해 싸울 것"이라고 천명했다(서재정 2021).

2021년 3월에 발간된 '국가안보전략 잠정지침' 보고서에서 바이든 행정부는 경제 안보(economic security)가 국가안보(national security)라고 규정하고, 중산층을 위한 대외정책 주장을 구체화하였다(White House 2021). 미국의 튼튼한 중산층은 장기간 미국을 지탱하고 있는 근간이며, 따라서 향후 미국의 통상정책 및 국제 경제 정책은 미국 중산층을 성장시키고, 새롭고 보다 나은 일자리를 만들고 임금을 인상시키며, 공동체를 강화시키는데 기여해야 한다고 명시하였다. 이를 위해 미국은 기존의 통상 규칙을 이행하고 공정성을 증진시키는 새로운 규칙을 만들 것이라고 밝혔다. 또한 미국 노동자와 공동체에 투자를 한 이후에 새로운 무역 협상을 추구할 것이고, 다른 나라들과 협상 시 미국 노동자와 중소기업들의 이익을 대변할 것이며, 노동·환경 단체를 협상에 참여시키고 모든 경제 협정이 노동 및 환경 보호에 기여해야 함을 주장할

4) 블링컨 국무장관이 제시한 8대 외교 과제에는 전염병 대유행 억제, 경제위기 극복, 민주주의 회복, 이민정책, 동맹 복원, 기후변화, 기술 분야의 리더십 확보, 중국 대응이 포함되었다.

것이라고 명시하였다. 한편 해외에서의 강점은 미국 내 재건(build back better at home)을 요구한다고 밝혀 '미국 일자리 계획(American Jobs Plan)' 등 대규모 경기 부양책의 필요성을 부각시켰다.

한편 코로나19 대응 실패 및 인종 차별 논란 등으로 불구하고 트럼프 대통령은 작년 대선에서 약 7400만 표를 득표하는 저력을 보였다. 이러한 수치는 4년 전 자신이 받은 표(6300만 표)보다 약 1100만 표 많으며, 역대 공화당 대선 후보 중 최다 득표라 하겠다. 또한 2016년과 2020년 미국 대선 출구 조사 결과는, 4년 전과 비교할 때, 이번 대선에서 트럼프 대통령에 대한 백인 유권자들의 지지에는 변동이 거의 없는 반면 공화당원(+6%) 뿐 아니라 흑인(+4%), 히스패닉(+4%), 아시안(+7%) 등 비백인 유권자들의 지지가 증가하였음을 보여주었다.[5] 트럼프 대통령에 대한 변함없는 지지는 비록 트럼프 대통령은 졌지만 트럼프의 미국우선주의(America First) 주장은 여전히 영향력을 발휘하고 있음을 나타내 준다.[6] 특히 트럼프 대통령의 지지층을 끌어안아 자신의 정치적 기반으로 만들고자 하는 공화당 인사들의 정치적 계산을 고려할 때 미국우선 통상정책과 강력한 이민규제 정책으로 대별되는 트럼프의 미국우선주의 주장은 한동안 영향력을 유지할 것으로 예상된다.

---

5) CNN, "2020 U.S. Presidential Election Exit Polls," https://edition.cnn.com/election/2020/exit-polls/president/national-results(검색일: 2021년 4월 21일).

6) 트럼프 대통령의 미국우선주의는 21세기 들어 두 개의 전쟁과 2008년 금융위기를 겪으면서 미국의 패권이 약화된 상황에서 세계 경찰로서의 미국의 지위를 유지하기 위해 국부(國富)를 낭비하기보다는 미국 국민들의 경제적 불안과 고통을 해결하기 위해 국내 일자리 창출과 경제성장에 집중하는 현실주의 노선을 추구하겠다는 것이다. 'Hire American and Buy American'으로 대별되는 트럼프 대통령의 미국우선주의의 중심에는 통상(trade)과 이민(immigration) 문제가 자리 잡고 있다. 트럼프 대통령의 미국우선 통상정책은 적극적인 국가개입을 통해 국제적 경쟁에서 자국 산업을 보호하여 자국의 경제적 이익을 증진시키는데 집중할 것임을 표명하였다. 한편 트럼프 대통령은 미국 노동자에게 일자리를 우선적으로 제공하고 이민자와 과도한 일자리 경쟁으로부터 미국 노동자를 보호한다는 명분 아래 강력한 이민 규제 정책을 주장하였다. 트럼프의 미국우선주의는 2016년 미국 유권자들의 선택을 받음으로써 트럼프의 백악관 입성을 가능하게 해주었다. 이는 여전히 싸늘한 체감경기와 증가하는 무역 및 재정적자에 지친 미국 유권자들이 국내문제에의 집중과 자국 이익 중심의 대외정책을 지지한 결과로 풀이된다(민정훈 2019).

2. 국제정치적 환경

현재 미국을 둘러싸고 있는 국제정치적 환경도 바이든 행정부의 글로벌 리더십 복원 추구에 영향을 미칠 것으로 보인다. 무엇보다 트럼프 대통령의 미국우선주의와 영국의 브렉시트(Brexit)를 필두로 본격화된 자국중심주의가 코로나19 팬데믹으로 인해 전 세계에 보다 확실하게 뿌리내리도록 가속화된 상황은 자유주의적 국제질서의 맹주로 회귀하기 위한 바이든 행정부의 노력에 제약을 가할 것으로 예상된다.

21세기 들어 아프가니스탄 전쟁, 이라크 전쟁, 금융위기를 거치면서 부각된 국력 내실화 필요성에 대한 공감대가 미국 내에 형성되었고, 이러한 공감대를 반영하여 미국에서는 국내 문제에 보다 집중하기 위해 국력 낭비 최소화와 국력 내실화에 기반한 외교·안보 정책과 상호 호혜성을 강조하는 통상 정책 기조가 힘을 얻게 되었다. 이러한 기조는 오바마 행정부에서 '역외균형전략(Offshore Balancing Strategy)'이라는 명칭으로, 트럼프 행정부에서는 '미국우선 대외정책(American First Foreign Policy)'이라는 이름으로 이어졌다.

특히 '원칙에 기반한 현실주의(principled realism)'를 토대로 형성된 트럼프 행정부의 미국우선 대외정책은 '미국 이익 우선, 미국의 세계경찰 역할에 대한 회의적 입장, 양자주의 선호, 국제적 협력 후퇴, 강대국 간 불협화음' 등의 특징을 보이며 전 세계로 퍼져나갔다. 또한 코로나19 바이러스의 세계적 유행은 자국중심주의에 기초한 국제정치 환경이 전 세계에 보다 확실하게 뿌리내리도록 가속화하는 역할을 하였다(Haass 2020). 코로나19 사태에 대응하기 위해 많은 국가들이 취했던 입국 제한 조치, 국내 봉쇄 조치와 더불어 인공호흡기, 마스크 등 핵심 물품들의 국내 생산 필요성 부각으로 인한 글로벌 가치 사슬(Global Value Chain)의 축소 가능성, 국제정치 단위로서의 민족국가의 중요성 상승, 공공 의료 등 공공 영역의 중요성 부각에 따른 큰 정부 선호 등의 요인들에 의해 자국중심주의가 세계 각국에 보다 강하게 뿌리내리게 되었기 때문이다. 이와 더불어 코로나19 사태가 야기한 정치적·경제적 충격에 대응하기 위해 세계 각국이 상당 기간 국내 문제에 집중해야 하는 상황은 자국중심주의 지속화에 기여할 것으로 보인다(민정

훈 2020b).

이러한 상황은 코로나19 사태 이전에 부각되기 시작하고 있었던 국제정치 환경의 특징들이 코로나19 사태가 야기한 충격에 의해 보다 예리해졌으며, 이에 따라 한동안 세력을 확장해 갈 것임을 보여준다. 이러한 국제정치적 환경은 바이든 행정부가 트럼프 대통령의 미국우선주의를 폐기하고 미국의 글로벌 리더십을 복원하기 위한 노력에 제약을 가할 것으로 예상된다. 세계 각국이 코로나19가 야기한 충격에 대응하기 위해 국내 문제에 집중하며 국제무대에서 자국의 이익을 지키기 위해 분투하고 있는 상황에서, 글로벌 리더십 복원을 위해 자국의 자원과 역량을 국제무대에 적극적으로 투사하고자 하는 바이든 행정부의 노력은 국내적으로 환영받기 쉽지 않을 것이기 때문이다. 코로나19 대응 실패 및 인종 차별 논란 등에도 불구하고 트럼프 대통령이 2020년 미국 대선에서 약 7400만 표를 득표한 것은 트럼프 대통령의 미국우선주의 주장이 미국 유권자들에게 여전히 영향력을 발휘하고 있음을 확인시켜 주었다. 이는 적어도 2020 대선에서 트럼프 대통령에게 표를 던진 약 47%의 유권자들은 미국이 세계의 다양한 문제를 해결하기 위해 막대한 국력을 투사하는 세계경찰로 회귀하기를 선호하지 않을 것임을 시사해 주고 있다. 이와 더불어 자국중심주의에 의해 트럼프 행정부가 만들어냈던 힘의 공백 상태를 메울 수 있는 능력을 지닌 국가가 마땅치 않다는 점도 바이든 행정부가 자국중심주의 기조에서 완전히 선회할 이유가 없음을 보여준다.

바이든 대통령은 미국이 당면한 4대 주요 과제로 '코로나19, 경제, 인종적 형평성, 기후 변화'를 설정했다. 그 중 기후변화를 제외한 3대 과제는 국내 문제들이며, 이는 바이든 행정부가 한동안 산적한 국내 문제들을 해결하기 위해 가용한 자원 및 역량을 집중해야 하는 상황에 직면해 있음을 잘 보여준다. 따라서 해당 기간 동안 바이든 행정부가 글로벌 리더십을 회복하기 위해 투사할 수 있는 자원 및 역량은 제한될 수밖에 없을 것이며, 이러한 상황은 글로벌 리더십 복원을 주장하는 바이든 행정부의 의지와 능력 사이에 괴리가 생길 수 있는 가능성이 있음을 보여준다.

이상에서 살펴 본 바와 같이 바이든 행정부가 직면한 국내정치적 상황과 국제정치적 환경은 바이든 행정부의 글로벌 리더십 복원 노력에 영향을 미칠 것으로 예상된다. 즉 코로나19 대응, 경제 회복, 사회 통합 등 산적한 국내문제, 트럼프

대통령의 미국우선주의 영향력 지속, 코로나19 사태로 인해 전 세계에 걸쳐 가속화된 자국우선주의 등의 대·내외적 요인들은 자유주의적 국제질서의 맹주로 회귀하기 위한 바이든 행정부의 역량 투사에 제약을 가할 것으로 보인다. 따라서 바이든 행정부의 대외정책은 트럼프 대통령의 '미국우선 대외정책'과 미국 주도의 '자유주의적 국제질서'라는 두 가지 특성이 혼재된 '현실주의적 국제주의(realistic internationalism)'의 모습으로 구체화될 가능성이 높으며, 이에 따라 바이든 행정부의 대외정책은 미국의 이익을 강조하며 국제무대에서 보다 적극적으로 활동하는 변형된 형태의 리더십으로 본격화될 것으로 예상된다.

III. 바이든 행정부의 아시아-태평양 정책

1. 바이든 행정부의 대(對)중국 정책

1972년 이후 지속되어 온 미·중 간 암묵적인 대(對)소련 동맹관계는 1991년 소련의 붕괴 이후 일반적인 국가 관계로 전환되었다. 이후 1994년 클린턴 행정부가 채택한 대중(對中) 정책은 관여(engagement)와 헤징(hedging)을 결합한 복합적 정책이었다. 미국은 '관여'를 통해 중국을 경제적·제도적으로 국제사회로 통합하여 현상유지 국가가 되도록 유도하는 한편 중·장기적인 측면에서 건설적인 미·중 관계를 발전시키고자 하였다. 한편 미국은 부상하는 중국의 의도의 불확실성에 대비하여 강화된 군사력과 동맹 시스템을 바탕으로 힘의 우위를 유지하기 위한 '헤징'을 함께 추구했다.[7]

7) 아시아-태평양 지역에 대한 미국의 정책은 21세기 들어 오바마 행정부의 아시아 재균형 정책 등으로 관심을 받아 온 것이 사실이나, 이는 비교적 최근의 경향이라고 할 수 있다. 2차 세계 대전 전후 미국의 인도-태평양 지역에 대한 전략적 평가는 전쟁 당시는 유럽 전역의 독일과의 전장 상황에, 전쟁 이후에는 소련의 위협 대응이라는 주된 관심사에 밀려, 차선으로 고려되었다. 이러한 정책적 관성은 1991년 소련의 붕괴로 야기된 냉전의 종식 상황에서도 러시아 재부활의 잠재적 위험성에 대비한다는 논리와 중동의 불안은 유럽에 직접적인 영향을 미친다는 주장에 힘입어 유럽과 중동이 여전히 미국의 정책적 우선순위를 차지하였다. 하지만 이러한 상황은 9·11 테러 이후 미국의 관심이 테러와의

오바마 행정부는 중국과의 협력적 관계를 유지하면서도 중국에 대한 견제 수준을 한 단계 높이고 아시아로의 재균형 정책을 추진했다. 미국의 아시아 중시 정책은 전략적 우선순위를 중동지역에서의 대(對)테러 전쟁에서 중국과의 전략적 경쟁으로 변화시켰다. 미국은 국방정책의 기조를 비(非)정규전에서 중국, 러시아 등 경쟁국가에 대응하기 위한 미래 첨단전력 개발로 변화시켰다. 또한 해상 전력의 약 60%를 아시아-태평양 지역으로 증강 배치하는 등 첨단 전력 중심으로 아시아로의 군사력 재배치를 지속했다.

트럼프 행정부는 아시아 중시 정책을 지속하면서 중국에 대한 견제 수준을 한 단계 더 높였다. 중국을 '전략적 경쟁자'로 규정하고, 유리한 세력균형을 유지하기 위해 모든 수단을 활용해 경쟁한다는 현실주의적 인식을 드러냈다. 장기적으로 군사적 우위를 유지하기 위하여 국방 예산을 증액하고 미래 첨단무기 개발에 투자했다. 또한 중거리핵전력폐기조약(Intermediate-range nuclear forces, INF)을 탈퇴하고 다양한 지상발사 중·장거리 미사일을 개발하기 시작했다. 조약 탈퇴의 가장 중요한 동인은 중국의 A2/AD 전략의 핵심 요소인 미사일 전력 강화에 대응해 미국의 우위를 확고히 하려는 것이었다. 트럼프 행정부는 중국의 미사일 전력 강화에 대응하여 지상발사 미사일 및 초고속 미사일을 개발함으로써 미군의 화력을 강화하고자 하였다.

트럼프 행정부는 중국과의 경쟁을 경제, 기술, 이념 등의 부문으로 확대하였다. 미국은 관세 부과를 무기로 중국의 불공정한 무역 관행을 개선하고, 지적 재산권 침해 및 기술의 강제이전을 막고자 하였다. 또한 첨단기술 부문에서의 탈동조화(decoupling)를 시도하기 시작했다. 이와 함께 트럼프 행정부는 중국의 권위주의 체제에 대한 비판을 강화하면서 중국을 외교적으로 고립시키려는 이념 공세를 강화했다. 트럼프 행정부 시기 미중 갈등이 군사·안보, 경제, 기술, 이념 등 거의 전 영역으로 확대되면서 미중 관계는 최악으로 치닫게 되었다(최우선 2020).

전쟁에 집중되어 있는 사이 경제적으로 급성장한 중국이 자국의 영향력을 확대하기 위해 공세적인 외교정책을 추구하면서부터 달라지게 되었다. 비(非)정규전으로 전환된 아프가니스탄과 이라크 전쟁은 미국의 국력을 소진하게 만들었고, 이는 군사·안보, 경제 분야를 포함한 많은 영역에서 미국의 리더십에 손상을 가져왔다. 이러한 리더십의 쇠퇴를 목도한 오바마 행정부는 중국 부상에 대응하기 위해 아시아 중시 정책을 추진하게 되었다(유상범 2019).

바이든 행정부의 아시아-태평양 정책은 미국의 역내 리더십 복원을 기치로 동맹 및 파트너들과의 협력을 통한 중국 견제에 방점이 찍혀 있다. 2020 민주당 정강정책은 태평양 국가인 미국이 역내 동맹 및 파트너들과 공유하고 있는 번영, 안보, 가치를 향상시키기 위해 긴밀하게 협력할 것임을 명시하였다. 구체적으로 한국, 일본, 호주 등 역내 주요 동맹국들과의 관계 및 동맹국 간 관계를 강화할 뿐 아니라 태국, 필리핀 등과의 동맹 관계도 공동의 가치에 기초하여 강화할 것임을 밝혔다. 또한 조약을 맺은 동맹국들 이외에도 말레이시아, 인도네시아 등 파트너 국가들과의 관계도 강화할 것이라고 언급하였다. 이와 더불어 아세안과 같은 지역 다자기구에 대한 강력한 개입 정책을 소생시킬 것이며, 인도와의 전략적 파트너십에 지속적으로 투자할 것임을 천명하였다.

바이든 행정부의 대(對)중국 정책은 미국의 국익과 동맹들의 이익에 의해 인도되어질 것이며, '미국 사회의 개방성, 미국 경제의 역동성, 국제 규범을 형성하고 이행하는 동맹의 힘'이라는 미국의 강점에 토대를 두고 있다. 또한 경제, 안보, 인권과 관련하여 우려를 자아내는 중국 정부의 행동에 지속적으로 강력하게 대응할 것임을 천명하였다.

구체적으로 환율 조작, 불법 보조금, 지식재산권 절도 등 중국 정부의 불공정 무역 관행으로부터 미국 노동자들을 보호할 것이며, 국제적 규범을 침해하는 중국 혹은 여타 국가들의 시도에 동맹국들과 함께 대응할 것임을 밝혔다. 또한 R&D(Research and Development)를 강화하여 청정에너지, 양자 컴퓨팅, 인공지능, 5G 등에서 중국에 뒤처지지 않도록 노력할 것임을 천명하였다. 이를 위해 민주주의 동맹국들과 함께 안전하고 기업 부분이 주도하는 5G 네트워크를 개발할 것이며, 동맹국들과 함께 5G 네트워크 보안 및 사이버 공간 위협에 대응할 것이라고 밝혔다. 이와 더불어 중국의 하이테크 권위주의(high-tech authoritarianism)에 대응하기 위해 자유세계가 결속해야 한다고 주장하였다. 중국과 러시아에 의해 디지털 시대의 규범이 만들어지지 않도록 해야 하며, 인공지능과 같은 새로운 기술사용에 대한 규칙, 규범, 제도 등을 미국과 동맹국들이 만들어야 한다는 입장을 밝혔다(김현욱 2020). 그러나 이러한 전략을 추구함에 있어 자기 패배적인 일방적 관세 정책에 호소하거나 신(新)냉전의

덫에 빠지지 않을 것이라고 밝히며 트럼프 행정부와 차별화를 시도하였다.

군사·안보적 측면에서는 중국의 주된 도전이 군사적인 것은 아니지만 중국의 공격적 행보를 억제하고 대응할 것임을 분명히 하고, 전 세계에서 항행의 자유 작전을 계속 진행할 것이며 남중국해에서 중국의 군사적 위협에 대응할 것임을 밝혔다. 대만 및 홍콩 문제와 관련해서는 대만관계법을 계속 준수하여 대만 국민들의 이익과 일치하는 양안 문제의 평화적 해결을 지지하는 한편 홍콩시민들의 민주적 권리를 지지한다고 천명하였다. 이와 더불어 중국이 위구르족 및 기타 소수민족들을 강제수용소에 감금한 행위를 규탄할 것이라고 밝혔다. 또한 중국의 감시 및 검열에 기반한 반이상향적(dystopian) 체제에 대한 대안을 동맹국들과 함께 제시할 것이며, '민주주의 정상회의(Summit for Democracy)'에서 이 문제를 다룰 것이라고 언급하였다. 한편 기후 변화, 코로나19 대응 등 국제적 문제의 해결을 위해 중국과 협력할 의향이 있음을 밝혔다.8)

이러한 바이든 행정부의 대중(對中) 정책 방향은 2021년 3월에 발간된 '국가안보전략 잠정지침'보고서에서도 확인되었다. 중국과의 경쟁에서 우위를 유지하기 위해 국내적 역량을 결집함과 동시에, 국제적 규범·표준 등에 대한 합의 주도를 통해 미국의 글로벌 리더십을 강화해 나갈 것임을 밝혔다. 중국의 불법적 무역 행위, 사이버 해킹 등에 강력하게 대응할 것이며, 대만 및 홍콩, 신장, 티베트에서의 민주주의·인권 증진을 위해 노력할 것임을 확인하였다. 한편 기후변화, 글로벌 보건안보 등 국제적 협력이 필요한 분야에서는 중국과 협력할 여지가 있음을 명시하였다.

이러한 점들을 종합해 볼 때, 바이든 행정부에서도 미·중 전략적 경쟁은 지속되겠으나, 바이든 행정부는 '협력적 경쟁(cooperative rivalry)'을 토대로 미·중 관계를 관리해 나갈 것으로 보인다. 무엇보다 트럼프 행정부에서 군사·안보, 경제, 기술, 이념 등 거의 전 영역으로 확대되었던 미·중 갈등이 장기적으로 지속될 경우 양국 모두 돌이킬 수 없는 피해를 입을 것이기 때문이다. 또한 바이든 행정부가 임기 초반 코로나19 대응, 경제 회복, 사회 통합 등 산적한 국내문제 해결에 국력을

8) '2020 Democratic Party Platform' https://www.demconvention.com/wp-content/uploads/ 2020/08/2020-07-31-Democratic-Party-Platform-For-Distribution.pdf(검색일: 2021년 4월 21일).

집중해야 하는 상황은 미·중 관계 관련 실용적이고 결과 지향적인 외교를 추구할 필요성에 무게를 실어준다. 따라서 바이든 행정부 하 미·중 경쟁은 양국 간 격차가 빠르게 감소하고 있는 첨단 기술 및 전략산업 분야를 중심으로 전개되는 한편 미국이 상대적 우위를 유지하고 있는 군사·안보 등의 분야에서는 중국과 직접적인 군사적 충돌을 자제하고 세력균형을 유지하려는 모습을 보여줄 것으로 예상된다. 한편 미·중 양국은 기후변화, 코로나19, 비확산 등 국제적 협력이 요구되는 분야에서는 대화와 협력을 모색할 것으로 보인다.

2. 미국의 인도-태평양 전략(Indo-Pacific Strategy)

1) 트럼프 행정부와 인도-태평양 전략

미국 국가안보 전략의 목표는 유럽, 아시아 등 미국의 핵심적 이익이 존재하는 지역에서 새로운 패권국의 등장을 방지하고 자국의 리더십을 유지하는 것이다. 특히 21세기 들어 중국의 부상에 대응하여 미국은 아시아-태평양 지역에서 중국의 세력 확장을 견제하는 것을 핵심 대외 전략으로 추진해 왔다. 미국의 대(對)중국 견제 정책은 오바마 행정부의 '아시아 재균형(Asia Rebalancing)'정책을 거쳐 트럼프 행정부의 '인도-태평양 전략(Indo-Pacific Strategy)'으로 본격화되었다.

미국의 인도-태평양 전략은 2017년 11월 트럼프 대통령의 아시아 순방을 계기로 미국의 새로운 아시아 전략으로 주목을 받기 시작했다. 트럼프 행정부는 역대 정부의 아시아-태평양 전략의 한계를 극복하고 새로운 아시아 전략을 구축하기 위해 오바마 행정부의 아시아 재균형 정책을 대체할 용어를 모색하던 중, 트럼프 대통령의 아시아 순방을 앞두고 일본 정부와의 협의 과정에서 아베 내각이 제시한 '자유롭고 열린 인도-태평양(free and open Indo-Pacific)'개념을 수용한 것으로 보인다. 트럼프 대통령은 아시아 순방 중 가진 미·일 정상회담에서 '인도-태평양 전략'의 추진에 합의하고, 이후 APEC 정상회의 연설에서 '자유롭고 열린 인도-태평양 비전(free and open Indo-Pacific Vision)'을 발표하였다.[9)]

미·일 두 정상은 정상회담 후 개최된 공동기자회견에서 법의 지배에 입각한 자유롭고 열린 해양질서가 국제사회의 안정과 번영의 기초임을 확인하고, 모든 국가에 대해 항행과 비행의 자유 및 국제법에 기초한 해양의 이용을 존중하도록 촉구하였다. 또한 트럼프 대통령은 베트남의 다낭(Da Nang)에서 '자유롭고 열린 인도-태평양 비전'이라는 주제의 연설을 통해 형평과 상호주의에 입각한 경제관계 구축의 필요성에 대해 언급하고, 법의 지배, 개인의 기본적 권리, 항행 및 비행의 자유 등의 원칙 존중을 강조하였다(조양현 2018).

트럼프 행정부가 '아시아-태평양'을 대신하여 '인도-태평양'을 아시아 전략의 핵심 개념으로 채택한 것은 인도가 미국의 역내 안보 협력의 중요한 파트너로 부상하였음을 보여준다. 역대 미국 행정부는 미국과 인도가 부상하는 중국을 견제하는 데 전략적 이익을 공유하고 있다는 판단 하에 경제협력뿐 아니라 전략 분야의 기술협력을 포함한 안보협력을 통해 인도와의 관계개선을 추진해 왔다. 또한 미·일 양국은 2000년대 들어 인도의 전략적 가치에 착안하여 인도와의 안보협력을 포함한 다양한 분야에서 양자 및 다자관계를 발전시켜 왔다. 이후 트럼프 행정부에서 '인도-태평양' 전략이 공식적으로 채택함으로써 인도가 미국의 아시아 전략의 핵심 파트너로 자리매김했음을 확인시켜 주었다.[10)]

---

9) '인도-태평양'은 지리적으로 인도양과 태평양을 하나의 공간으로 간주하며, 따라서 아시아-태평양보다 광범위한 지역을 포괄한다. '인도-태평양' 개념은 2007년 8월 아베 일본 총리가 인도 의회 연설에서 인도와 일본의 전략적 협력 필요성을 "인도양과 태평양의 합류"로 표현하며 인도양과 태평양을 하나로 묶는 개념을 제시하면서 등장하였다. 이는 중국의 영향력 확대를 견제하는데 지역적, 군사적, 경제적 라이벌인 인도의 역할에 대한 기대가 작용한 것으로 평가된다. 그러나 이러한 일본의 시도는 큰 관심을 받지 못하고 사라졌다. 이후 2016년 8월 아베 총리가 제6차 아프리카개발회의에서 '자유롭고 열린 인도-태평양 전략'(Free and Open Indo-Pacific Strategy, FOIP)을 제시하며 재부상하였고, 2017년 11월 미·일 정상회담에서 양국 정상이 '자유롭고 열린 인도-태평양 비전'에 합의함으로써 인도-태평양 전략이 미·일 공동 추진 전략으로 채택되었다(박원곤 2019).

10) 인도에는 전통적인 비(非)동맹주의가 남아있어 특정 대국과의 관계 강화를 배제하고 '전략적 자립'을 요구하는 목소리가 존재한다. 또한 인도는 중국에 대한 역사적인 경계심과 함께 미국에 대한 불신과 경계심을 함께 지니고 있다. 2014년 모디(Narendra Modi) 정권 출범 이후 인도는 민족주의와 현실주의적 요소를 절충하여 미국과의 관계 개선에 보다 적극적으로 나서기 시작했는데, 인도가 미국과의 안보 협력 및 인도-태평양 전략에 적극적으로 관여하게 된 배경에는 중국 해군의 인도양 진출 및 일대일로 전략, 중·인도 간의 국경 분쟁 재발 등이 있다.

‘자유롭고 열린 인도-태평양 비전’의 네 가지 원칙은 모든 국가들의 주권과 독립 존중, 분쟁의 평화적 해결, 공개적인 투자, 투명한 합의, 연계성(connectivity)에 기반한 자유롭고 공정하고 호혜적인 무역, 항행의 자유와 같은 국제적 규칙과 규범 준수를 포함한다. 구체적으로 ‘자유로운(free) 인도-태평양 비전’은 국제적 차원에서 타 국가들의 강압에서 자유롭게 주권을 행사하는 것을 그리고 국가적 차원에서는 좋은 거버넌스(governance)와 국민의 기본적 자유와 권리가 보장되는 것을 의미한다. ‘열린(open) 인도-태평양 비전’은 지역에서 지속적 성장과 연계성을 향상시키는 것을 의미한다. 이를 위해 국제수역, 항로, 사이버 공간에 대한 접근이 보장되고 영토와 영해의 분쟁이 평화롭게 해결되어야 한다. 또한, 경제적 측면에서는, 공정하고 호혜적인 무역, 개방된 투자 환경, 국가 간 투명한 합의가 있어야 함을 의미한다(유상범 2019).

트럼프 행정부는 인도-태평양 전략의 세 가지 축으로 ‘경제개발, 거버넌스, 안보’를 설정하고, 지역 내 동맹 및 파트너들과의 협력을 통해 이를 추진해 나갈 것임을 밝혔다. 이를 위해 지역의 인프라 투자 필요성을 위해 개발과 금융 기구를 활성화하고, 법의 지배, 시민사회의 역할, 투명한 거버넌스를 촉진하며, 항행의 자유 등 역내 국가들과의 안보협력을 강화할 것임을 밝혔다. 이후 인도-태평양 전략은 세 가지 핵심요소를 포함하는 정책 프로그램으로 구체화되면서 예산이 뒷받침되고 실체를 갖는 정책적 행동으로 전환되었다(최원기 2019).

대(對)중국 견제를 목표로 본격화된 미국의 인도-태평양 전략은 트럼프 행정부 시기 군사·안보보다는 경제적 성격을 강화하는 방향으로 추진되었다고 평가된다. 역내 국가들의 경제개발을 위한 미국의 정책적 노력을 강조하고, 이를 위한 정책적·기술적 지원 및 능력배양 제공을 강조하는데 보다 집중하였기 때문이다.

트럼프 행정부가 인도-태평양 전략의 경제적 성격을 대폭 강화한 것은, 경제·통상 분야에 깊은 관심을 보이는 트럼프 대통령의 성향이 어느 정도 반영되었을 가능성이 존재하나, 역내 개도국들의 지지와 참여를 유도하기 위한 의도로 평가할 수 있다. 트럼프 행정부 초기 미국은 남중국해에서의 중국의 공세적 행동을 강하게 비판하고 ‘항행의 자유 작전(FONOP: Freedom of Navigation Operation)’을

전개하였다. 이러한 상황에서 2017년 11월 미국·일본·인도·호주 4자 안보 협의체인 쿼드(QUAD: Quadrilateral Security Dialogue) 회의가 개최되자 미국의 인도-태평양 전략은 중국 견제를 목적으로 한 군사·안보적 성격의 협의체 형성을 추진하고, 향후 이를 확대하여 역내 국가들의 참여를 요구하는 방향으로 전개될 것이라는 예상이 나오게 되었다.

이러한 초기 움직임에 대해 아세안을 비롯한 많은 역내 국가들은 대(對)중국 견제 기제로서의 쿼드 확대 가능성에 대한 강한 우려를 나타냈으며, 인도-태평양 전략에 대한 공식적인 지지 및 참여 여부에 대해 소극적인 입장을 견지하였다. 중국과 경제적으로 밀접하게 연계되어 있는 많은 역내 국가들은 미국의 인도-태평양 전략으로 인해 미·중 사이에서 양자택일의 외교적 선택을 강요당할 가능성을 경계하였기 때문이다.

이러한 역내 국가들의 입장을 고려하여 트럼프 행정부는 인도-태평양 전략의 군사·안보적 요소를 희석시키고 역내 국가들이 부담을 덜 가질 수 있도록 경제적 요소를 강화하는 방향으로 인도-태평양 전략을 추진하였다. 미국의 입장에서 인도-태평양 전략을 효과적으로 추진하기 위해 역내 개도국들의 안보적 우려를 불식시키고 이들의 참여를 유도하는 것이 필요하였기 때문이다(최원기 2019, 18-20).

한편 트럼프 행정부는 인도-태평양 전략의 구현을 위해 많은 노력을 기울였음에도 불구하고 해당 전략의 논리와 현실적 실행과 관련하여 비판을 받았다. 무엇보다 미국의 인도-태평양 전략은 대(對)중국 견제를 전략적 목표로 상정하고 이를 위해 미국의 자체적 역량 증대와 함께 지역 동맹 및 파트너들과의 긴밀한 연대가 필수적이라고 주장한다. 그러나 현실에서는 트럼프 대통령의 거래 중심적(transactional) 동맹관이 미국의 동맹 수호 의지에 대한 동맹국들의 의구심을 증폭시켜 인도-태평양 전략의 원활한 수행을 방해할 것이라는 우려가 많았다. 즉 트럼프 대통령의 일방주의적 행보가 미국의 인도-태평양 전략 수행에 필수적인 지역 동맹국들과의 신뢰를 떨어뜨린다는 것이다. 결국 트럼프 대통령 임기 동안 무역 분쟁, 방위비 분담금 증액 등 일련의 공세적 행보로 인해 미국과 동맹국들 간 불신은 증폭되어 갔으며, 이로 인해 다자주의적 협의체 구성 등 미국의 역내 동맹 규합 노력에 대한 동맹국들의 의구심이 지속되는 상황이 연출되었다(김태형 2020).

2) 바이든 행정부와 인도-태평양 전략

바이든 행정부의 대외정책 목표는 트럼프의 미국우선주의를 폐기하고 미국의 글로벌 리더십을 복원하는 것이다. 이를 위해 바이든 행정부는 가치를 공유하는 민주 동맹 및 파트너들과 함께 미국의 리더십을 복원하기 위한 움직임을 본격화하고 있다. 무엇보다 21세기 미국의 핵심적 이익이 존재하는 인도-태평양 지역에서 중국의 부상을 견제하고 미국의 역내 리더십을 유지하기 위해 한국, 일본, 호주, 인도 등 민주 동맹 및 파트너와의 협력을 증진하는데 공을 들이고 있다.

인도-태평양 전략은 트럼프 행정부에 이어 바이든 행정부에서도 역내에서 중국의 부상에 대응하기 위한 핵심 기제로 작동할 것으로 보인다. 바이든 행정부도 중국을 미국의 안보 및 규칙 기반의 국제질서를 위협할 수 있는 전략적 경쟁자로 규정하고 중국과 치열하게 경쟁할 것임을 분명히 하였다. 이를 위해 바이든 행정부는 민주 동맹 및 파트너들과 협력하여 국제 규범 및 표준 등을 만들고 함께 움직여 중국의 부상에 대응할 것으로 예상된다. 구체적으로 바이든 행정부의 인도-태평양 조정관(Indo-Pacific Coordinator)으로 임명된 커드 캠벨(Kurt Campbell)이 언급한 것처럼, 미국은 중국의 부상에 대응하기 위한 포괄적인 협의체를 만들기 보다는, 기술(technology) 관련 문제를 위한 'Democracy-10'(G-7 국가들, 한국, 베트남, 뉴질랜드) 등과 같은 개별적인 문제에 대응하기 위한 사안별 맞춤형(bespoke) 협의체 구성을 선호할 것으로 보인다. 이러한 사안별 협의체 구성은 무역(trade), 기술, 공급망(supply chains), 국제 표준(standards) 등의 분야에 우선순위가 부여될 것으로 예상된다(Campbell and Doshi 2021).

또한 바이든 행정부는 쿼드(QUAD)를 인도-태평양 지역에서 민주 동맹 및 파트너들과의 협력을 촉진하고 강화하기 위한 주요 정책 수단으로 사용할 것으로 보인다. 미국·일본·인도·호주 4자 비공식 안보 협의체인 쿼드는 2007년 처음 시도되었으나 주목받지 못하고 1년도 채 되지 않아 사라졌다. 이후 트럼프 행정부가 중국 견제를 위해 2017년 복원하였으며, 바이든 행정부도 기본적으로 쿼드의 취지에 대해 동의하고 발전시켜 나갈 것으로 예상된다. 2021년 1월 29일 미국평화연구소(USIP) 주최로 개최된 화상 세미나에서 백악관 국가안보보좌관인 제이크 설리번

(Jake Sullivan)이 쿼드를 인도-태평양 지역에서의 미국 대외정책의 토대로서 계승·발전시켜 나갈 것이라고 밝힌 것은 이러한 예상을 뒷받침해준다. 또한 쿼드를 활용하는 것은 동맹 네트워크를 통해 중국 견제를 지속하겠다는 바이든 행정부의 대외정책 방향과도 부합한다.

특히 바이든 행정부는 쿼드를 군사·안보 분야에서 동맹 시스템을 복원하기 위한 유용한 기제로서 인식하고 있다. 최근 바이든 행정부는 쿼드 첫 정상회의, 미·일 외교·국방 장관회의, 미·인 국방 장관회의, 미·일 정상회담 등 쿼드 참여국들과 외교·안보 회의들을 개최하였으며, 회의 참여국들은 자유롭고 개방된 인도-태평양 지역을 만들기 위해 지속적으로 협력할 것임을 확인하였다. 이러한 바이든 행정부의 움직임은 중국과의 전략적 경쟁에서 우위를 유지하기 위한 미국의 적극적인 외교·안보 행보로 평가받고 있다. 따라서 바이든 행정부는 뜻을 같이하는 국가들(like-minded partners)과 소다자(minilateral) 및 다자(multilateral) 협의체 등 다양한 형태의 협력을 추구하기 위한 '정책적 틀(policy framework)'로서 쿼드를 지속적으로 활용해 나갈 것으로 예상된다.

IV. 한미동맹: 보편적 원칙에 기반한 협력 외교 확대

한국의 전략적 이익은 한반도 안보 상황을 안정적으로 관리하고 주변지역에서 한국의 국익에 부합하는 세력균형을 유지하는 것이며, 그 중심에 한미동맹이 자리잡고 있다. 한미동맹은 북한의 안보위협 속에서 한반도에서 평화와 안정을 유지하는 핵심 기제로 작동하고 있을 뿐 아니라 역내 세력균형 유지를 위한 핵심축 역할을 수행하고 있다.[11)]

11) 1953년 한미상호방위조약의 체결을 통해 '군사동맹'으로 시작된 한미동맹은 2008년 '포괄적 전략동맹'으로 변환되었다. 이에 따라 한미동맹의 범위가 한반도, 지역, 글로벌 차원으로 확대되었다. 2009년 6월 한미 정상회담 시 채택된 '동맹미래비전'에서는 21세기의 한미동맹을 군사·안보 영역에서뿐만 아니라 경제·사회·과학기술·에너지 등 포괄적 분야에서의 협력과, 양자관계뿐 아니라 지역·범세계적 차원의 문제와 관련한 협력을 강화하는 전략동맹으로 발전시킬 것을 제시했다(이우태 2016).

미·중 전략적 경쟁이 심화됨에 따라 미국은 역내 핵심 동맹국인 한국이 자국의 역내 리더십 유지를 위한 전략적 움직임에 보다 적극적으로 참여해 줄 것을 기대하고 있다. 바이든 행정부는 동맹 및 파트너들과의 신뢰 복원 및 유대 강화를 토대로 대(對)중국 압박, 견제, 협력 등의 수단을 복합적으로 사용함으로써 미국의 대(對)중국 우위를 지키는 동시에 양국 간 관계를 관리하고자 하고 있다.

바이든 행정부의 대(對)중국 압박은 양국 간 격차가 빠르게 감소하고 있는 첨단기술 및 전략산업 분야를 중심으로 전개될 것으로 보이며, 바이든 행정부는 민주동맹 및 파트너와의 협력을 통해 국제 규범 및 표준 등을 만들고 함께 움직여 중국의 하이테크 권위주의(high-tech authoritarianism)에 대응하고자 할 것으로 예상된다. 이러한 미국의 하이테크 민주주의(high-tech democracy) 결집 움직임에 동맹국 한국이 보다 적극적으로 호응해 줄 것을 바이든 행정부는 기대하고 있다.

역내 협력에 대한 한국의 공식입장은 중국의 일대일로 구상, 미국의 인도-태평양 전략, 인도의 신(新)동방정책 등 역내 주요국들의 지역구상을 개방적 관점에서 환영하며, 이들 구상과 한국의 신(新)남방정책과의 접점을 모색하고 적극 협력한다는 것이다. 구체적으로 한국 정부는 신(新)남방정책을 중심에 두고 '개방성, 투명성, 포용성'의 역내 협력 원칙에 기초하여 주요국들의 지역구상 간 연계협력을 통한 확대협력 외교를 추진하고 있다.

한미 간 협력과 관련하여 한국 정부는 '개방성·투명성·포용성' 원칙에 기초하여 한국의 신(新)남방정책과 미국의 인도-태평양 전략 간 협력을 추진해 왔다. 2019년 11월 초 한미 간 차관보 협의 및 제4차 한미 고위급 경제협의회(Senior Economic Dialogue)를 통해서 한국의 신(新)남방정책과 미국의 인도-태평양 전략 간 연계 협력방안을 적극적으로 모색하기로 합의하였다. 구체적으로 한미 간 차관보 협의에서 한미 양국은 한국의 신(新)남방정책과 미국의 인도태평양 전략간 실질 협력을 진전시키는데 합의하고, 에너지· 인프라·디지털 경제·인적 역량 강화 분야를 중심으로 양국 간 구체적 협력현황을 담은 설명서(Fact Sheet)를 발표했다. 또한, 제4차 한미 고위급 경제협의회에서 한미 양국은 한국의 신(新)남방정책과 미국의 인도-태평양 전략을 연계한

실질협력 방안을 개발협력, 에너지, 인프라, 과학기술 및 디지털 연계성 등 분야에서 구체화하는 내용을 담은 공동성명(Joint Statement)을 발표하였다. 이렇듯 한미 양국 간 협력 논의는 주로 경제 분야를 중심으로 진행되어 왔다. 양국 간 협력 확대 움직임은 한미동맹 차원에서 추진되고 있으며, 이는 한미 협력의 외연확장이라는 측면에서 긍정적으로 평가할 수 있다.

한국의 전략적 이익을 고려할 때 향후 한미 양국 간 협력 확대도 경제 및 비(非)군사 안보(보건, 기후변화, 사이버안보 등) 분야를 중심으로 진행되어야 할 것이다. 상기한 보편적 원칙을 토대로 정치적으로 민감한 군사·안보 분야를 제외한 경제 및 비(非)군사 안보 분야 중심으로 협력 확대를 모색하는 것은 국익을 위해 미·중 사이에서 '전략적 균형'을 유지해야 하는 한국의 핵심적 이해관계를 반영하기 때문이다. 또한 한미 양국 간 경제 분야 협력 확대는 첨단 기술 및 전략산업 등의 분야를 중심으로 민주 동맹과 파트너들과의 협력을 통해 대(對)중국 압박을 강화하고자 하는 바이든 행정부와 해당 분야 협력을 증대하기 위한 명분 및 토대를 제공해 줄 수 있다. 나아가 미·중 간 공통된 이해관계가 존재하는 비(非)군사 안보 분야는 국제적 협력이 가능하다는 점에서 한국이 적극적인 역할 모색을 통해 미·중 사이에서 외교적 공간을 확보할 수 있다는 장점도 지니고 있다.

V. 결론

본 연구에서는 미국 바이든 행정부의 대외정책 및 아시아-태평양 정책 방향에 대해 살펴보고, 미·중 전략적 경쟁이 심화되는 상황에서 한국은 어떠한 전략적 움직임을 보여야 하는가에 대해 논의하였다. 대외정책 기조와 관련하여 바이든 행정부는 트럼프 대통령의 미국우선주의를 폐기하고 미국 리더십의 복원을 추구할 것으로 예상된다. 이를 위해 민주적 가치를 대외정책의 중심에 놓고 민주 동맹 및 파트너들과의 협력을 통해 미국의 리더십을 복원하기 위한 움직임을 본격화하고 있다. 그러나 바이든 행정부가 직면한 국내정치적 상황과 국제정치적 환경은 바이든 행정부의 글로벌 리더십 복원 노력에 영향을 미칠 것으로 보인다. 즉 코로나

19 대응, 경제 회복, 사회 통합 등 산적한 국내문제, 트럼프 대통령의 미국우선주의 영향력 지속, 코로나19 사태로 인해 전 세계에 걸쳐 가속화된 자국우선주의 등의 대·내외적 요인들이 자유주의적 국제질서의 맹주로 회귀하기 위한 바이든 행정부의 역량 투사에 제약을 가할 것으로 예상된다. 따라서 바이든 행정부의 대외정책은 트럼프 대통령의 '미국우선 대외정책'과 미국 주도의 '자유주의적 국제질서'라는 두 가지 특성이 혼재된 '현실주의적 국제주의'의 모습으로 구체화될 가능성이 높으며, 이에 따라 바이든 행정부의 대외정책은 미국의 이익을 강조하며 국제무대에서 보다 적극적으로 활동하는 변형된 형태의 리더십으로 본격화될 것으로 보인다.

2010년경부터 부각되기 시작한 미·중 전략적 경쟁은 양국 간 세력균형의 변화와 연계된 불가역적인 추세라고 할 수 있으며, 따라서 양국 간 세력균형 변화 추세에 변동이 없는 한 바이든 행정부에서도 미·중 전략적 경쟁 기조는 지속될 것으로 보인다. 그러나 바이든 행정부는 협력적 경쟁을 토대로 미·중 관계를 관리해 나갈 것으로 예상된다. 트럼프 행정부에서 군사·안보, 경제, 기술, 이념 등 거의 전 영역으로 확대되었던 미·중 갈등이 장기적으로 지속될 경우 양국 모두 돌이킬 수 없는 피해를 입을 것이기 때문이다. 또한 바이든 행정부가 임기 초반 코로나19, 경제, 인종적 형평성 등 산적한 국내문제 해결에 국력을 집중해야 하는 상황은 미·중 관계 관련 실용적이고 결과 지향적인 외교를 추구할 필요성에 무게를 실어준다. 따라서 바이든 행정부 하 미·중 경쟁은 양국 간 격차가 빠르게 감소하고 있는 첨단 기술 및 전략산업 분야를 중심으로 전개될 것으로 예상되는 한편 미국이 상대적 우위를 유지하고 있는 군사·안보 등의 분야에서는 중국과 직접적인 군사적 충돌을 자제하고 세력균형을 유지하려는 모습을 보여줄 것으로 예상된다.

바이든 행정부는 역내 핵심 동맹국인 한국이 대중(對中) 견제를 위한 미국의 움직임에 보다 적극적으로 참여해 줄 것을 기대하고 있다. 특히 미국은 첨단 기술 및 전략산업 등의 분야에서 국제적 규범 및 원칙에 기초한 협의체 구성 및 활동에 역내 핵심 동맹인 한국의 적극적인 참여를 요청할 것으로 보인다. 미·중 사이에서 전략적 균형을 유지해야 하는 한국은 미·중 사이에서 선택을 강요받는 상황에 대응하고 한국의 전략적 가치를 유지하기 위해 국익 중심의 '원칙 외교'를 확립해야

한다. 한국 정부는 국익을 중심에 놓고 '개방성·포용성 ·투명성'의 역내 협력 원칙을 토대로 선택이 불가피한 특정 사안에 대한 한국의 입장을 확정하고, 해당국에 한국의 입장을 일관성을 가지고 전달하는 동시에 해당국과의 관계를 유지하기 위한 외교적 노력을 기울여야 할 것이다. 이와 더불어 아세안, 인도, 호주, EU 등 주요 중견국들과 다양한 (소)다자 협의체를 복합적으로 발전시켜 나감으로써 한국의 전략적 선택에 대한 지지를 확보하고 그러한 선택이 가져올 수 있는 충격을 완화시켜야 할 것이다. 한국이 보편적 원칙에 기초하여 다양한 국가들과 복합적인 협력 관계를 증진시켜 나갈 때 한국의 국익을 담보할 수 있을 뿐 아니라 핵심 중견국으로서 한국의 전략적 가치를 유지해 나갈 수 있을 것이다.

참고문헌

김태형. 2020. “미국의 인도-태평양 전략과 미군의 군사전략 변화.”『국방연구』63권 1호: 89-116.

김현욱. 2020. “바이든과 트럼프의 외교정책 전망.”『주요국제문제분석』. 서울: 국립외교원.

민정훈. 2020a. “2020 미국 대통령 선거 결과 분석 및 함의.”『주요국제문제분석』. 서울: 국립외교원.

민정훈. 2020b. “코로나19, 글로벌 리더십, 그리고 미·중 관계.”『IFANS FOCUS』. 서울: 국립외교원.

민정훈. 2019. “2020 미국 대통령 선거 전망 및 함의.”『주요국제문제분석』. 서울: 국립외교원.

박원곤. 2019. “트럼프 행정부의 대외정책과 인도·태평양 전략.”『국방연구』62권 4호: 215-239.

서정건. 2019. “미국의 대한반도 국가이익과 정책.”『현대 한미관계의 이해』(서울: 명인문화사), 121-151.

서재정. 2021. “국제무대로 복귀 선언한 미국, 가치외교의 미래는 어떻게 될 것인가?”『통일시대』174권: 10-13.

유상범. 2019. “트럼프 행정부의 인도-태평양 정책: 현상 진단과 전망.”『국방연구』62권 2호: 53-75.

이우태. 2016. “한미동맹의 비대칭성과 동맹의 발전방향.”『정치·정보연구』19권 1호: 51-80.

조양현. 2018. “인도태평양 전략(Indo-Pacific Strategy) 구상과 일본외교.”『주요국제문제분석』. 서울: 국립외교원.

최우선. 2020. 「미국의 대외전략 변화와 도전」. 한홍열 외 『세계질서의 변화를 읽는 7개의 시선』. 서울: 통일교육원.

최원기. 2019. 『신남방정책과 미국 인도태평양 전략: 향후 한미협력 추진방향』. 서울: 국립외교원.

Campbell, Kurt M., and Rush Doshi. 2021. “How America Can Shore Up Asian Order: A Strategy for Restoring Balance and Legitimacy.” *Foreign Affairs*(January 12, 2021).

Haass, Richard. 2020. “The Pandemic Will Accelerate History Rather Than Reshape It.” *Foreign Affairs*(April 7, 2020).

White House. 2021. 『*Interim National Security Strategic Guidance*』 (March 2021).

Biden Administration's Foreign Policy and ROK-US Alliance

Jeonghun Min*

ABSTRACT

The purpose of this study is to examine the direction of the Biden administration's foreign policy and policy toward East Asia and to figure out how South Korea will take its strategic moves under the situation where US-China strategic competition has been intensified. Although US foreign policy is expected to be more stable and predictable in the Biden administration, it is likely that its foreign policy will produce a modified US global leadership, which has the features of both Trump's American First foreign policy and the global leader of the liberal internationalism. The Biden administration's Asia-Pacific policy is focused on checking the rise of China by working together with its regional allies and partners and it will utilize the Indo-Pacific strategy to keep China in check. To maintain the strategic balance between US and China, South Korea needs to pursue the 'principled diplomacy,' aimed at advancing its national interests based on the principles of 'openness, transparency, and inclusiveness.'

Keywords: Biden Administration, Global Leadership, Realistic Internationalism, Indo-Pacific Strategy, Principled Diplomacy

투고일: 2021.05.30. 심사일: 2021.06.21. 게재확정일: 2021.07.06.

* Associate Professor, Department of American Studies, Korea National Diplomatic Academy.

[DOI] http://dx.doi.org/10.21487/jrm.2021.7.6.2.29

【연구경향】

Kernel Density Estimation for Polarization Measure

Na Kyeong Lee*

ABSTRACT

In this study, I propose a new estimator for the DER index that is a general measure of polarization introduced by Duclos et al.(2004). The existing estimators for the DER index are based on the empirical distribution function and a Rosenblatt-Parzen density estimator. The empirical distribution function, however, suffers from lack of smoothness. Hence, I suggest new estimators for the DER index using a new class of nonparametric kernel density estimators provided by Mynbaev and Martins-Filho(2010). I show that my estimators for polarization measure are consistent and establish asymptotic normality with a rate of convergence for the distribution of $\sqrt{n}$. A small Monte Carlo study reveals that my estimator performs well relative to the existing estimator for the DER index in terms of bias and mean squared error.

Keywords: Polarization Measure, DER Index, Nonparametric Density

* Assistant Professor, Department of Economics, Seoul Women's University. This work was supported by a research grant from Seoul Women's University (2021-0141).

Ⅰ. Introduction

According to the OECD(OECD 2011), over the past two decades, income inequality as measured by Gini coefficient, has widened in the most OECD countries. In the U.S., for example, more than 40 percent of total income is owned by the wealthiest 10 percent of the population. Thus, there has been growing interest in measuring inequality and the consequence of unequal economic performance during last few decades(Esteban and Ray 1994; Wolfson 1994; Zhang and Kanbur 2001; Duclos et al. 2004; Anderson et al. 2009; Anderson 2011).

The most well-known and widely used measures of inequality are Gini, Atkinson, and General entropy measures. The existing standard measures, however, are not able to explain all characteristics of inequalities. Since these measures focus on the deviation from the global mean and assessing the expected divergence, clustering around local mean or disappearing middle class can be explained by the existing inequality measures(Wolfson 1994)). Unlike inequality measure, polarization is varied given the following results: (1) when a population becomes more dense around the global mean. (2) divergence between two population poles increases. Therefore, polarization measures have been suggested to explain these characteristics that inequality measures fail to capture.

Esteban and Ray(1994) measured polarization in one dimension designed for discrete random variables. Later, Duclos et al.(2004) proposed a polarization measure called the DER index, and an estimator for the continuous random variables. Then they derived the estimator for the DER index based on a Rosenblatt-Parzen density estimator and an empirical distribution function that suffers from the lack of smoothness.

In this paper, for the estimation of the DER index, I use a new nonparametric kernel based density estimator, $\hat{f}_k$ that was introduced by Mynbaev and Martins-Filho(2010). This is a class of density estimators $\hat{f}_k$ achieves bias reduction relative to the Rosenblatt-Parzen density estimator $\hat{f}$. In addition, instead of using the empirical distribution function, I obtain the estimator of the DER index based on integrating $\hat{f}_k$. Integrating $\hat{f}_k$ seems desirable for the following reasons: (i) $\hat{f}_k$ forms a general class of nonparametric density estimators. When $k=1$, the newly developed density estimator $\hat{f}_k$ coincides with the Rosenblatt-Parzen density estimator $\hat{f}$. (ii) mean squared error of the integrating density estimator $\hat{f}$ might be smaller than the estimation of the empirical distribution function. (iii) Azzalini(1981), Falk et al.(1985) and Martins-Filho and Yao(2008) show that the estimation of the empirical distribution has asymptotic the same mean and same variance as the integrating a Rosenblatt-Parzan density estimator.

Throughout this paper, I assume that the true density f belongs to a Besov Space $B^r_{\infty,q}$where $1 \le q \le \infty$ and $r > 0$. This assumption is desirable since l-times continuous differentiability and uniform boundedness of f is stronger than $f \in B^r_{\infty,q}$ where $l < r$, that is $C^l(\mathbb{R}) \subseteq B^r_{\infty,q}$, where $C^l(\mathbb{R})$ denotes the space of l-times differentiable and continuous and bounded function in $\mathbb{R}$.

The first contribution of this paper is to show that my class of estimator for the DER index $\hat{P}_\alpha(\hat{F}_k)$ attain consistency. The second contribution of this paper is to establish the asymptotic normality of $\hat{P}_\alpha(\hat{F}_k)$. Lastly, I conduct a Monte Carlo study to investigate the finite sample performance of my estimators $P_\alpha(\hat{F})$. Then I propose and compare it to that of the existing estimator $P_\alpha(\tilde{F})$, where $\tilde{F}$ is the empirical distribution function. The simulation results indicate the performance improvement measured by the bias, and the root mean squared error.

The remainder of the paper is organized as follows. Section II provides the estimation of Polarization measure. Section III contains a Monte Carlo study that implements the proposed estimator and compares the performance with that of estimator suggested by Duclos et al.(2004). Lastly, section IV provides a summary and conclusion.

Ⅱ. Estimation for Polarization Measure

A. Finite difference and Besov Spaces

In this section, I provide a class of density estimators $\{\hat{f}_k\}_{k=1,2,\cdots}$ and an associate class of distribution estimators $\{\hat{F}_k\}_{k=1,2,\cdots}$ using the family of kernels $\{M_k\}_{k=1,2,\cdots}$ introduced by Mynbaev and Martins-Filho(2010). A series of definitions is needed to support the construction of the class. Properties of nonparametric density estimators and the smoothed estimators for the distribution function are traditionally obtained by using assumptions on the smoothness of the underlying density and cumulative distribution function. Smoothness can be regulated by finite differences which can be defined as forward, backward or centered. Let $C_s^l = \frac{s!}{(s-l)!l!}$ for $l = 1, 2, \cdots, s$ and $s \in \mathbb{Z}_+$ be binomial coefficients. A s-th order forward difference is defined by

$$\tilde{\Delta}_h^s f(x) = \sum_{j=0}^{s} (-1)^{s-j} C_s^j f(x+jh) \tag{1}$$

where $s = 1, 2, \cdots,$ for x and $h \in \mathbb{R}$.

When I consider forward even-order difference, (1) can be written as

$$\widetilde{\Delta}_h^{2k} f(x) = \sum_{|s|=0}^{k} c_{k,s} f(x + kh + sh) \tag{2}$$

where $c_{k,s} = (-1)^{s+k} C_{2k}^{s+k}$ for $s = -k, \cdots, k$ and $k \in \{1, 2, \cdots\}$. It is easy to verify that for $s = 2k$, $\widetilde{\Delta}_h^{2k} f(x) = \sum_{j=0}^{2k} (-1)^{2k-j} C_{2k}^{j} f(x + jh) = \sum_{|s|=0}^{k} (-1)^{s+k} C_{2k}^{s+k} f(x + kh + sh)$.

Next, I introduce Besov spaces $\mathcal{B}_{p,q}^{r}(\mathbb{R})$where $1 \le p \le \infty$, $1 \le q \le \infty$, $r > 0$, and the norm in $\mathcal{B}_{p,q}^{r}(\mathbb{R})$ is defined by $\| f \|_{\mathcal{B}_{p,q}^{r}(\mathbb{R})} = \| f \|_{b_{p,q}^{r}} + \| f \|_p$ where the first part $\| f \|_{b_{p,q}^{r}}$characterizes smoothness of f and is given by

$$\| f \|_{b_{p,q}^{r}} = \left\{ \int_{\mathbb{R}} \left[\frac{\left(\int_{\mathbb{R}} |\widetilde{\Delta}_h^{2k} f(x)|^p dx \right)^{\frac{1}{p}}}{|h|^r} \right]^q \frac{dh}{|h|} \right\}^{1/q}$$

for $k \in \mathbb{Z}_+$ satisfying $2k > r$ (Tribel 1985; Mynbaev and Martins-Filho 2015). When $p = \infty$ and/or $q = \infty$, the integral(s) is(are) replaced by supremum. $C^0(\mathbb{R})$ is defined as the collection of all real-valued, bounded and uniformly continuous functions in $\mathbb{R}$, equipped with the norm $\| f \|_{C^0} = \sup_{x \in \mathbb{R}} |f(x)|$ (Tribel 2010). A full description of the relationships between $C^l(\mathbb{R})$ and a Besov space $\mathcal{B}_{p,q}^{r}$ can be founded in Besov et al.(1978). Given

$$M_k(x) = -\frac{1}{c_{k,0}} \sum_{|s|=1}^{k} \frac{c_{k,s}}{|s|} K\left(\frac{x}{s}\right), \tag{3}$$

the bias of my proposed estimators $\widetilde{m}_k$ is expressed in terms of higher order finite differences. Let

$\lambda_{k,s}=\frac{(-1)^{s+k}(k!)^2}{(k+s)!(k-s)!}$ where $s=1,2,\cdots,k$. sGiven $-\frac{c_{k,s}}{c_{k,0}}=-\frac{c_{k,-s}}{c_{k,0}}=\lambda_{k,s}, s=1,2,\ldots,k,$ I derive $M_k(x)=\sum_{s=1}^{k}\frac{\lambda_{k,s}}{s}\left(K\left(\frac{x}{s}\right)+K\left(-\frac{x}{s}\right)\right)$. Consequently, $M_k(x)=M_k(-x)$ for $x\in\mathbb{R}$, that is M_k is symmetric. Since the coefficients $c_{k,s}$ satisfy $\sum_{|s|=0}^{k}c_{k,s}=(1-1)^{2k}=0,$ the following equation is true.

$$-\frac{1}{c_{k,0}}\sum_{|s|=1}^{k}c_{k,s}=1 \quad or \quad \sum_{s=1}^{k}\lambda_{k,s}=\frac{1}{2} \tag{4}$$

Equation (4) and $\int K(\psi)d\psi=1$ imply following equations:

$$\int M_k(\psi)d\psi=\sum_{s=1}^{k}\frac{\lambda_{k,s}}{s}\left[\int K\left(\frac{\psi}{s}\right)d\psi+\int K\left(-\frac{\psi}{s}\right)d\psi\right]=1$$

for all k.

Let $\{X_t\}_{t=1}^{n}$ be a random sample from a population having a density $f(x)$ for $x\in\mathbb{R}$. Mynbaev and Martins-Filho(2010) defines a new family of density estimators indexed by k evaluated at $x\in\mathbb{R}$ based on the kernel M_k as follows,

$$\hat{f}_k(x)=\frac{1}{nh_n}\sum_{t=1}^{n}M_k\left(\frac{X_t-x}{h_n}\right) \tag{5}$$

where h_n is a bandwidth sequence tending to zero as $n\to\infty$. When $k=1$ and K is symmetric, the density estimator in (5) coincides with the Rosenblatt-Parzen density estimator. Since the kernel $M_k(x)$ is symmetric, by using forward even-order differences (2), for a function f I have

$$\Delta_h^{2k}f(x)=\sum_{s=-k}^{k}c_{k,s}f(x+sh)$$

for $h \in \mathbb{R}$. It is easy to verify that $\tilde{\Delta}_h^{2k} f(x) = \Delta_h^{2k} f(x+kh)$(Mynbaev and Martins-Filho 2015). Hence, I use centered even-order difference for a smoothness characteristic, and I have

$$\| f \|_{b_{p,q}^r} = \left\{ \int_{\mathbb{R}} \left[\frac{\left(\int_{\mathbb{R}} |\Delta_h^{2k} f(x)|^p dx \right)^{\frac{1}{p}}}{|h|^r} \right]^q \frac{dh}{|h|} \right\}^{\frac{1}{q}}.$$

B. Cumulative Distribution Function Estimation

Let F be the distribution function with density f. Now I list assumption that will be used throughout the study.

ASSUMPTION 1: $\{X_t\}_{t=1}^n$ is an IID sequence.

ASSUMPTION 2: $F \in \mathcal{B}_{\infty,q}^r$ and $D^{(1)} F \in \mathcal{B}_{\infty,q}^r$ with $r > 0$ and $1 \le q \le \infty$.

ASSUMPTION 3: $h_n > 0$ for all n, $h_n \to 0$ and $nh_n \to \infty$ as $n \to \infty$.

ASSUMPTION 4: For all $x \in \mathbb{R}$,

(1) $K(x) : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ is a measurable function.

(2) $\int K(x) dx = 1$

(3) $\int |K(x)| dx < \infty$

(4) $\int x K(x) dx = 0$

(5) $\sup_{x \in \mathbb{R}} |K(x)| < C < \infty$ where $C \in \mathbb{R}$

(6) K has a compact support.

Let define a family of estimators for the distribution F by integrating $\hat{f}_k$, as below.

$$\hat{F}_k(x) = \int_{-\infty}^{x} \hat{f}_k(v)dv = \int_{-\infty}^{x} \frac{1}{nh_n}\sum_{t=1}^{n} M_k\left(\frac{X_t - v}{h_n}\right)dv.$$

Theorem 1

Let Assumption 1-4 *hold. For any* $h_n > 0, x \in \mathbb{R}$ *and* $k = 1,2,\cdots,$

(a) $|Bias\left(\hat{F}_k(x)\right) = -\frac{1}{c_{k0}}\int_{-\infty}^{\infty} K(\psi)\Delta_{-h_n\psi}^{2k} F(x)dx$

(b) $|Bias\left(\hat{F}_k(x)\right) \le O(h_n^r)$ where $r < 2k.$

(c) $\lim_{n\to\infty} \sup_{x\in\mathbb{R}} \left|Bias\left(\hat{F}_k(x)\right)\right| = 0.$

(d) $\hat{F}_k(x) - F(x) \xrightarrow{p} 0$ as $n \to \infty.$

Theorem 1 (c) implies that $\hat{F}_k$ is asymptotically unbiased and (d) deals with the consistency of $\hat{F}_k$.

C. Estimation of Polarization Measure

Duclos et al.(2004) construct a class of polarization measures based on the alienation-identification framework. An individual's sense of identification depends on other individuals which are similar to the individual. When an individual is located at income x, the individual's sense of identification depends on the density $x, f(x)$. Alienation is measured by means of a distance $|x - y|$. The DER is given by

$$P_\alpha(F) = \int_{\mathbb{R}} f(y)^\alpha a(y)dF(y)$$

where f and F are density and distribution function for income and α is a parameter related to the importance of the identification factor and is defined by the user. The values of α are described by the degree of polarization sensitivity and the greater is its value, the greater is different from inequality measurement. If $\alpha = 0$, the polarization measure resembles the Gini coefficient. The identification effect is denoted by both $f(y)^{\alpha}$ and $a(y)$ represents the alienation effect, with $a(y) = \int |x-y| dF(x)$ for all x and $y \in \mathbb{R}$.

An estimator of $P_{\alpha}(F)$ is given by substituting $F(y)$ by $\hat{F}_k$ and $\hat{a}_k(y)$ where $\hat{a}_k(y) \int |x-y| d\hat{F}_k(y)$. Hence, a family of estimators for the DER index is denoted by

$$P_{\alpha}(\hat{F}_k) = \int \hat{f}_k(y)^{\alpha} \hat{a}_k(y) d\hat{F}_k(y)$$

First, I consider the family of estimators for the alienation $a(y)$.

$$\hat{a}_k(y) = \int |x-y| d\hat{F}_k(x) = \int x\hat{f}_k(x)dx - y + 2\hat{F}_k(y) - 2y\int_{-\infty}^{y} x\hat{f}_k(x)dx$$

Before providing Theorem 2, it is necessary to propose the following Assumption 5.

ASSUMPTION 5:

(a) $\int |\psi| K(\psi) d\psi < \infty$

(b) $E[|X_t|^2] < \infty$

Theorem 2: *Let* ASSUMPTION 1-5 *hold. For every* $y \in \mathbb{R}$ *and* $k = 1,2,\cdots$,

(a) $\lim_{n\to\infty} |Bias(\hat{a}_k(y))| = 0$ *and* $Var(\hat{a}_k(y)) \to 0$ *as* $n \to \infty$.

(b) $\hat{a}_k(x) - a(x) = o_p(1)$.

Consistently, $\hat{a}_k(y)$ is a consistent estimator for $a(y)$ for $y \in \mathbb{R}$.

An estimator of the DER index, $\hat{P}_\alpha(F_k)$ is given by substituting the distribution function $F(y)$ by $\hat{F}_k(y)$. By replacing $a(y)$ and $f(y)^\alpha$ with $\hat{a}_k(y)$ and $\hat{f}_k(y)$, the estimator of $\hat{P}_\alpha(F_k)$ is denoted by below.

$$\hat{P}_\alpha(F_k) = \int \hat{f}_k(y)^\alpha \hat{a}_k(y) d\hat{F}_k(y).$$

The following theorem shows that a class of estimators for the DER index is asymptotically unbiased and consistent.

Theorem 3: *Let* ASSUMPTION 1-5 *hold. For* $k = 1, 2, \cdots$, *I have*

(a) $Bias\left(\hat{P}_\alpha(\hat{F}_k)\right) \to 0$ as $n \to \infty$.

(b) $\hat{P}_\alpha(\hat{F}_k) - P_\alpha(F) = o_p(1)$.

The next theorem gives asymptotic normality of $\hat{P}_\alpha(\hat{F}_k)$. At this stage, I use Liapounov's CLT.

Theorem 4: *Let* ASSUMPTION 1-5 *hold. For* $k = 1, 2, \cdots$, *note that*

$$\sqrt{n}[\hat{P}_\alpha(F) - E[\hat{P}_\alpha(F)]] \xrightarrow{d} N(0, V) \quad N(0, \quad V)$$

where

$$V \equiv Var\left(-\alpha X_1 \int f(y)^{1+\alpha} dy - 2X_1 \int y f(y)^{1+\alpha} dy \right.$$
$$\left. + 2(1+\alpha) f(X_1)^\alpha (1 - X_1^2) \iint_{-\infty}^{\theta} M_k(\psi) d\psi M\_k(\theta) d\theta \right)$$

Ⅲ. Monte Carlo Study

In this section, I perform Monte Carlo study to investigate the finite sample performance of the proposed estimators for polarization measure. For comparison purpose, I implement the existing estimators that is provided by Duclos et al.(2004), which is given by $\tilde{P}_{\alpha}(\tilde{F}) = \int \hat{f}(y)^{\alpha}\tilde{a}(y)d\tilde{F}(y) = n^{-1}\sum_{i=1}^{n}\hat{f}(y_i)^{\alpha}\tilde{a}(y_i)$ for $y_1 \le y_2 \le \cdots \le y_n$. Note that y_i is the empirical quantile for percentiles between $(i-1)/n$ and i/n. $\tilde{a}(y_i)$ is defined as $\tilde{a}(y_i)$ is defined as $\tilde{a}(y_i) = \tilde{\mu} + y_i(n^{-1}(2i-1)-1) - n^{-1}\left(2\sum_{j=1}^{i-1}y_j + y_i\right)$, where $\tilde{\mu}$ is the sample mean. $\hat{f}(y_i)^{\alpha}$ is estimated using Rosenblatt-Parzen density estimator. I consider simulated data from two different densities. They are: 1) Bimodal $\left(f_1(x) = \frac{3}{4}N(-1,1.8) + \frac{1}{4}N(4,0.4)\right)$ and 2) Trimodal $\left(f_2(x) = \frac{1}{5}N(0,0.5) + \frac{3}{5}N(5,1) + \frac{2}{5}N(7,2.5)\right)$. For each these densities 1000 samples of size and $n = 200, 800$ were generated.

〈Table 1〉 Bias(B) and Root Mean Squared Error(R) for $f_1(x)$

$n=200$	$\alpha=0.25$		$\alpha=0.50$		$\alpha=0.75$		$\alpha=1.0$	
	B	R	B	R	B	R	B	R
$\tilde{P}_\alpha(\tilde{F})$	0.0366	0.0679	0.0535	0.0623	0.0928	0.0945	0.0594	0.0605
$\hat{P}_\alpha(\hat{F}_1)$	0.0338	0.0735	0.0503	0.0632	0.0911	0.0937	0.0580	0.0596
$\hat{P}_\alpha(\hat{F}_2)$	0.0202	0.0685	0.0298	0.0503	0.0707	0.0747	0.0411	0.0441
$\hat{P}_\alpha(\hat{F}_3)$	0.0198	0.0689	0.0259	0.0490	0.0657	0.0704	0.0364	0.0402
$\hat{P}_\alpha(\hat{F}_4)$	0.0203	0.0693	0.0245	0.0487	0.0636	0.0686	0.0343	0.0385

$n=800$	$\alpha=0.25$		$\alpha=0.50$		$\alpha=0.75$		$\alpha=1.0$	
	B	R	B	R	B	R	B	R
$\tilde{P}_\alpha(\tilde{F})$	0.0178	0.0363	0.0438	0.0487	0.0382	0.0411	0.0353	0.0370
$\hat{P}_\alpha(\hat{F}_1)$	0.0097	0.0341	0.0381	0.0441	0.0347	0.0381	0.0328	0.0348
$\hat{P}_\alpha(\hat{F}_2)$	0.0063	0.0341	0.0265	0.0355	0.0204	0.0269	0.0190	0.0233
$\hat{P}_\alpha(\hat{F}_3)$	0.0036	0.0340	0.0220	0.0326	0.0153	0.0237	0.0143	0.0201
$\hat{P}_\alpha(\hat{F}_4)$	0.0032	0.0341	0.0205	0.0318	0.0134	0.0228	0.0123	0.0190

〈Table 2〉 Bias(B) and Root Mean Squared Error(R) for $f_2(x)$

$n = 200$	$\alpha = 0.25$		$\alpha = 0.50$		$\alpha = 0.75$		$\alpha = 1.0$	
	B	R	B	R	B	R	B	R
$\tilde{P}_\alpha(\tilde{F})$	0.0462	0.0917	0.0420	0.0576	0.0643	0.0671	0.0671	0.0679
$\hat{P}_\alpha(\hat{F}_1)$	0.1282	0.1556	0.0942	0.1065	0.0989	0.1028	0.0899	0.0971
$\hat{P}_\alpha(\hat{F}_2)$	0.0743	0.1249	0.0503	0.0774	0.0637	0.0725	0.0625	0.0663
$\hat{P}_\alpha(\hat{F}_3)$	0.0513	0.1168	0.0319	0.0701	0.0493	0.0619	0.0515	0.0569
$\hat{P}_\alpha(\hat{F}_4)$	0.0390	0.1140	0.0218	0.0680	0.0414	0.0568	0.0455	0.0520

$n = 800$	$\alpha = 0.25$		$\alpha = 0.50$		$\alpha = 0.75$		$\alpha = 1.0$	
	B	R	B	R	B	R	B	R
$\tilde{P}_\alpha(\tilde{F})$	0.0162	0.0480	0.0189	0.0313	0.0247	0.0288	0.0205	0.0227
$\hat{P}_\alpha(\hat{F}_1)$	0.0191	0.0525	0.0208	0.0354	0.0266	0.0318	0.0217	0.0247
$\hat{P}_\alpha(\hat{F}_2)$	-0.0034	0.0501	-0.0032	0.0300	0.0041	0.0192	0.0024	0.0131
$\hat{P}_\alpha(\hat{F}_3)$	-0.0077	0.0508	-0.0087	0.0314	-0.0014	0.0192	-0.0026	0.0135
$\hat{P}_\alpha(\hat{F}_4)$	-0.0076	0.0509	-0.0097	0.0319	-0.0029	0.0195	-0.0041	0.0140

I observe the following general regularities. First, as predicted by the suggested asymptotic results, for all densities considered the bias and root mean squared error of the estimators $\hat{P}_{\alpha}(\hat{F}_k)$ for $k=1,\ 2,\ 3,\ 4$ fall as the sample size increases from 200 to 800. Second, the increase in the values of k reduces bias and root MSE, but this is not verified for all experiments. In Table 1, the estimator bias for $k=2,3,4$ is smaller than the existing estimator $\hat{P}_{\alpha}(\hat{F}_1)$ for $n=200,800$. It is observed that Bias and RMSE fall when k increases except for $\alpha=0.25$. The results are consistent with the proposed theory and finding.

Similarly, in Table 2, the existing estimators outperform than $\hat{P}_{\alpha}(\hat{F}_1)$. However, $\hat{P}_{\alpha}(\hat{F}_2)$, $\hat{P}_{\alpha}(\hat{F}_3)$ and $\hat{P}_{\alpha}(\hat{F}_4)$ show better performance than the existing estimators for polarization measure in terms of Bias and RMSE. For $k=4$, the case where the smallest bias reductions are attained, bias is reduced by as much as 80 percent relative to the estimators $\tilde{P}_{\alpha}(\tilde{F})$. Additionally, the magnitude of bias reduction produced by the estimators increases with the sample size. Finally, density functions with large curvature(in increasing order of curvature f_1 and f_2) are more difficult to estimate both in terms of bias and root mean MSE for the estimators.

Ⅳ. Summary and Conclusion.

Duclos et al.(2004) introduced polarization index and its estimators. The estimators are derived by using a Rosenblatt-Parzen density estimator and the empirical distribution function. Since the empirical distribution function jumps up by $1/n$ at each of the n data points, the empirical distribution suffers from lack of smoothness. In this paper, for the estimation of polarization measure, I used a class of new kernels

$M_k(\cdot)$ and density estimators $\hat{f}_k$ introduced by Mynbaev and Martins-Filho(2010) then provided a class of density estimators $\hat{F}_k$. Then I provide a new class of estimators for the DER index that achieve consistency and establish asymptotic normality. Finally, a Monte Carlo simulation results show that the suggested estimators outperform the existing estimators in terms of bias and root mean squared errors.

In political science, there are scholarly debates related to whether the mass public is ideologically polarized as the elites are. That is, there is no consensus on the ideological mass polarization at the mass level. To measure the polarization, DiMaggio et al.(1996), Balanda and MacGillvray(1988), Mouw and Sobel(2001), Myers(2007), Downey and Huffman(2001) provide the results of a polarization given the distribution's moments. On the other hands, Lee(2015) finds that the time varying pattern of the mass polarization between 1984 to 2008 based on the kernel based relative distribution method. By using the suggested polarization measure, the exact mass polarization can be measured as well as the elite polarization.

V. References

Anderson, Gordon. 2011. “Polarization measurement and inference in many dimensions when subgroups can not be identified.” *Economics* 5(1): 20110011.

Anderson, Gordon, Oliver B. Linton, and Yoon-Jae Whang. 2009. “Nonparametric estimation of a polarization measure.” *LSE STICERD Research Paper No. EM534*. Available at SSRN: https://ssrn.com/abstract=1547618.

Azzalini, Adelchi. 1981. “A note on the estimation of a distribution function and quantiles by a kernel method.” *Bimetrika* 68(1): 326-328.

Balanda, Kevin P. and H. L. MacGillivray. 1988. “Kurtosis: a critical review.” *American Statistician* 42(2): 111-119

Besov, Oleg V., P. Il’in Valentin and Sergei M. Nikol’skii. 1978. *Integral Representations of Functions and Imbedding Theorems. Vol. 1.* John Wiley & Sons

DiMaggio, Paul, John Evans and Bethany Bryson. 1996. “Have American’s social attitudes become more polarized?” *American Journal of Sociology* 102(3): 690-755

Downey, Dennis J. and Matt L. Huffman. 2001. “Attitudinal polarization and trimodal distributions: measurement problems and theoretical implications.” *Social Science Quarterly* 82(3): 494-505

Duclos, Jean-Yves, Joan Esteban and Debraj Ray. 2004. “Polarization: concepts, measurement, estimation.” *Econometrica* 72(6): 1737-1772

Esteban, Joan-Maria, and Debraj Ray. 1994. “On the measurement of polarization.” *Econometrica: Journal of the Econometric Society* 62(4): 819-851

Falk, Michael. 1985. “Asymptotic normality of the kernel quantile estimator.” *The Annals of Statistics*, 13(1): 428-433

Lee, Jae Mook. 2015. “Assessing mass opinion polarization in the U.S using relative distribution method.” *Social Indicators Research* 124(2): 571-598

Martins-Filho, Carlos, and Feng Yao. 2008. “A smooth nonparametric conditional quantile frontier estimator.” *Journal of Econometrics* 143(2): 317-333

Mouw, Ted, and Michael E. Sobel. 2001. “Culture wars and opinion polarization: the case of abortion.” *American Journal of Sociology* 106(4): 913-943

Mynbaev, Kairat, and Carlos Martins-Filho. 2010. “Bias reduction in kernel density estimation via Lipschitz condition.” *Journal of Nonparametric Statistics* 22(2):219-235

Mynbaev, Kairat, and Carlos Martins-Filho. 2015. “Consistency and asymptotic normality for a nonparametric prediction under measurement errors.” *Journal of Multivariate Analysis* 139: 166-188

Myers, Charles D. 2007. “Campaign intensity and polarization.” Unpublished manuscript.

OECD. 2011. *Divided we Stand: Why Inequality Keeps Rising.* OECD Publishing, Paris, https://doi.org/10.1787/9789264119536-en.

Tribel, H. 1985. *Theory of function spaces*. Birkhäuser.

Tribel, H. 1985. *Theory of function spaces II.* Birkhäuser.

Wolfson, Michael C. 1994. “When inequalities diverge.” *The American Economic Review* 84(2): 353-358

Zhang, Xiaobo, and Ravi Kanbur. 2001. "What difference do polarization measures make? An application to China." *Journal of development studies* 37(3): 85-98

Ⅵ. Appendix

Proof. Theorem 1

(a) Given the independent and identically distributed(IID) assumption (maintained everywhere)- and $M_k(-x)=M_k(x)$, I have

$$\hat{F}_k(x) = \int_{-\infty}^{x} \frac{1}{nh_n}\sum_{t=1}^{n} M_k\left(\frac{v-X_t}{h_n}\right)dv = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}\int_{-\infty}^{\frac{x-X_t}{h_n}} M_k(\psi)\,d\psi$$

$$= \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}\int_{-\infty}^{\frac{x-X_t}{h_n}} -\frac{1}{c_{k,0}}\sum_{|s|=1}^{k}\frac{c_{k,s}}{|s|}K\left(\frac{\psi}{s}\right)d\psi$$

$$= \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} -\frac{1}{c_{k,0}}\sum_{|s|=1}^{k} c_{k,s}\mathcal{G}\left(\frac{x-X_t}{s h_n}\right)$$

where $\mathcal{G}(x)=\int_{-\infty}^{x}K(v)dv.$

$$E[\hat{F}_k(x)] = E\left[\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} -\frac{1}{c_{k,0}}\sum_{|s|=1}^{k} c_{k,s}\mathcal{G}\left(\frac{x-X_t}{s h_n}\right)\right]$$

$$= -\frac{1}{c_{k,0}}\sum_{|s|=1}^{k}\int c_{k,s}\mathcal{G}(\psi)\,dF(x-sh_n\psi)(-1)$$

$$= -\frac{1}{c_{k,0}}\sum_{|s|=1}^{k} c_{k,s}\left[-[\mathcal{G}(\psi)F(x-sh_n\psi)]|_{\psi=-\infty}^{\psi=+\infty} + \int K(\psi)F(x-sh_n\psi)d\psi\right]$$

$$= -\frac{1}{c_{k,0}}\sum_{|s|=1}^{k} c_{k,s}\int K(\psi)F(x-sh_n\psi)d\psi$$

Hence, I have the following bias for $\hat{F}_k$.

$$Bias\left(\hat{F}_k(x)\right) = E[\hat{F}_k(x) - F(x)] = -\frac{1}{c_{k,0}}\sum_{|s|=0}^{k} c_{k,s}\int K(\psi)F(x-sh_n\psi)d\psi$$
$$= -\frac{1}{c_{k,0}}\int K(\psi)\,\Delta_{-h_n\psi}^{2k}F(x)\,d\psi \tag{6}$$

(b) From the result of (a), I have

$$|Bias(\hat{F}_k(x))| = \left| -\frac{1}{c_{k,0}} \int K(\psi)\Delta^{2k}_{-h_n\psi}F(x)\,d\psi \right|$$

$$= \left| -\frac{1}{c_{k,0}} \right| \left[\int \left\{ |K(\psi)|\,|h_n\psi|^{r+1/q} \right\}^{q'} d\psi \right]^{1/q'} \left[\int \left\{ \frac{\sup_{x\in\mathbb{R}} |\Delta^{2k}_{-h_n\psi}F(x)|}{|h_n\psi|^{r+1/q}} \right\}^{q} d\psi \right]^{1/q}$$

$$= h_n^r \left| -\frac{1}{c_{k,0}} \right| \left[\int \left\{ |K(\psi)|\,|\psi|^{r+1/q} \right\}^{q'} d\psi \right]^{1/q'} \|F\|^r_{\infty,q}$$

where $^1/_q + {^1/_{q'}} = 1$ for $1 \le q \le \infty$.

(c) The proof is trivial. Given the assumption $h_n \to 0$ as $n \to \infty$, I have (c).

(d)

$$Var\left(\hat{F}_k(x)\right)$$

$$= E\left[\left(\hat{F}_k(x)\right)^2\right] - \left(E[\hat{F}_k(x)]\right)^2$$

$$= \int \left[\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} \int_{-\infty}^{\frac{x-X_t}{h_n}} M_k(\psi)\,d\psi \right]^2 f(X_t)\,dX_t - \left\{ \int \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} \int_{-\infty}^{\frac{x-X_t}{h_n}} M_k(\psi)\,d\psi f(X_t)\,dX_t \right\}^2$$

$$= \frac{1}{n}\int \left[\int_{-\infty}^{\phi} M_k(\psi)\,d\psi \right]^2 f(x-h_n\phi)\,d\phi - \frac{1}{n}\left\{ \int \int_{-\infty}^{\phi} M_k(\psi)\,d\psi f(x-h_n\phi)h_n\,d\phi \right\}^2$$

$$= \frac{1}{n}\int \left[\int_{-\infty}^{\phi/_s} -\frac{1}{c_{k,0}} \sum_{|s|=1}^{k} c_{k,s}K(v)\,dv \right]^2 f(x-h_n\phi)h_n\,d\phi$$
$$- \frac{1}{n}\left\{ \int \int_{-\infty}^{\phi/_s} -\frac{1}{c_{k,0}} \sum_{|s|=1}^{k} c_{k,s}K(v)\,dv f(x-h_n\phi)h_n\,d\phi \right\}^2$$

$$= \frac{1}{n}\left[-\frac{1}{c_{k,0}}\right]^2 \int \left[\sum_{|s|=1}^{k} c_{k,s}\,\mathcal{G}\left(\frac{\phi}{s}\right) \right]^2 dF(x-h_n\phi)(-1) - \frac{1}{n}\left[-\frac{1}{c_{k,0}}\right]^2 \left\{ \sum_{|s|=1}^{k} c_{k,s} \int \mathcal{G}\left(\frac{\phi}{s}\right) dF(x-h_n\phi)(-1) \right\}^2$$

$$= \frac{1}{n}\left[-\frac{1}{c_{k,0}}\right]^2 \left\{ 2\sum_{|s|=1}^{k} c_{k,s} \int \mathcal{G}(\psi)K(\psi)F(x-h_n\psi)\,d\psi - \left[\sum_{|s|=1}^{k} c_{k,s} \int K(\psi)F(x-sh_n\psi)\,d\psi \right]^2 \right\}$$

$$= O(n^{-1})$$

since $\sup_{x\in\mathbb{R}}|F(x)| \le 1$ and $|\mathcal{G}(\phi)| = \left|\int_{-\infty}^{\phi} K(v)\,dv\right| \le C$, K has a compact support. Therefore, as $n \to \infty$, I have $Var\left(\hat{F}_k(x)\right) \to 0$ and $|Bias(\hat{F}_k(x))| \to 0$.

Proof of Theorem 2

$E[\hat{a}_k(y)] - a(y)$

$= E\left[\int y\hat{f}_k(y)\,dy - \mu\right] + 2E\left[\hat{F}_k(y) - F(y)\right] - 2yE\left[\int_{-\infty}^{y} x\hat{f}_k(x)\,dx - \int_{-\infty}^{y} xf(x)\,dx\right]$

$= E\left[\int y\hat{f}_k(y)\,dy - \mu\right] + 2E\left[\hat{F}_k(y) - F(y)\right] - 2y\left[\int_{-\infty}^{y} xE\left[\hat{f}_k(x) - f(x)\right]dx\right]$

Given the assumption $\int \psi K(\psi) = 0$,

$E\left[\int y\hat{f}_k(y)dy\right]$

$= \int y\left[\frac{1}{nh_n}\sum_{t=1}^{n} -\frac{1}{c_{k,0}}\sum_{|s|=1}^{k}\frac{c_{k,s}}{|s|}K\left(\frac{X_t - y}{sh_n}\right)\right]dy$

$= \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} -\frac{1}{c_{k,0}}\sum_{|s|=1}^{k} c_{k,s}\int (X_t + sh_n\psi)K(\psi)\,d\psi = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} X_t.$

Note that $E\left[\hat{f}_k(x) - f(x)\right] \le Ch_n^r\|f\|_{B_{\infty,q}^r}$ and $E\left[\hat{F}_k(x) - F(x)\right] \le Ch_n^r\|F\|_{B_{\infty,q}^r}$. Therefore $\hat{a}_k(x)$ is asymptotically unbiased.

Now I consider $Var(\hat{a}_k(y))$.

$Var(\hat{a}_k(y)) = Var\left(\hat{\mu} - y + 2\hat{F}_k(y) - 2y\int_{-\infty}^{y} x\hat{f}_k(x)dx\right)$

$= Var\left(\hat{\mu} + 2\hat{F}_k(y) - 2y\int_{-\infty}^{y} x\hat{f}_k(x)\,dx\right)$

$$= Var(\hat{\mu}) + 4Var\left(\hat{F}_k(y)\right) + 4y^2Var\left(\int_{-\infty}^{y} x\hat{f}_k(x)dx\right) + 4Cov(\hat{\mu}, \hat{F}_k(y)) - 4yCOV\left(\hat{\mu}, \int_{-\infty}^{y} x\hat{f}_k(x)\,dx\right)$$
$$- 8yCov\left(\hat{F}_k(y), 2y\int_{-\infty}^{y} x\hat{f}_k(x)\,dx\right)$$

where $\hat{\mu} = \int x\hat{f}_k(x)dx$.

$Var(\hat{\mu}) = Var\left(\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} X_t\right) = \frac{1}{n^2}\sum_{t=1}^{n} Var(X_t) = \frac{\sigma^2}{n}$

$Var(\hat{F}_k(x)) = E\left[\hat{F}_k^2(x)\right] - \left(E\left[\hat{F}_k(x)\right]\right)^2$

$$= \int \left[\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}\int_{-\infty}^{\frac{x-\phi}{h_n}} M_k(\psi)\,d\psi\right]^2 f(\phi)\,d\phi - \left[\int \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}\int_{-\infty}^{\frac{x-\phi}{h_n}} M_k(\psi)\,d\psi f(\phi)\,d\phi\right]^2$$

$$= \frac{1}{n}\int \mathcal{M}_k^2\left(\frac{x-\phi}{h_n}\right) f(\phi)\,d\phi - \frac{1}{n}\left[\int \mathcal{M}_k\left(\frac{x-\phi}{h_n}\right) f(\phi)\,d\phi\right]^2$$

$$= \frac{1}{n}\int \mathcal{M}_k^2(\psi) f(x-h_n\psi) h_n\,d\psi - \frac{1}{n}\left[\int \mathcal{M}_k(\psi) f(x-h_n\psi) h_n\psi\right]^2$$

$$= -\frac{1}{n}\int \mathcal{M}_k^2(\psi)\,dF(x-h_n\psi) - \frac{1}{n}\left[-\int \mathcal{M}_k(\psi)\,dF(x-h_n\psi)\right]^2$$

$$= \frac{1}{n}\left\{2\int \mathcal{M}_k(\psi) M_k(\psi) F(x-h_n\psi)\,d\psi - \left[\int \mathcal{M}_k(\psi) F(x-h_n\psi)\,d\psi\right]^2\right\} = O(n^{-1})$$

$$Var\left(\int_{-\infty}^{y} x\hat{f}_k(x)\,dx\right)$$

$$= E\left[\left\{\int_{-\infty}^{y} x\hat{f}_k(x)\,dx\right\}^2\right] - \left(E\left[\int_{-\infty}^{y} x\hat{f}_k(x)\,dx\right]\right)^2$$

$$= E\left[\left\{\int_{-\infty}^{y} x\frac{1}{nh_n}\sum_{t=1}^{n} M_k\left(\frac{x-X_t}{h_n}\right) dx\right\}^2\right] - \left(E\left[\int_{-\infty}^{y} x\left(\frac{1}{nh_n}\sum_{t=1}^{n} M_k\left(\frac{x-X_t}{h_n}\right)\right) dx\right]\right)^2$$

$$= \frac{1}{n^2h_n^2}E\left[\left\{\int_{-\infty}^{y}\sum_{t=1}^{n} M_k\left(\frac{x-X_t}{h_n}\right) x\,dx\right\}^2\right] - \frac{1}{n^2h_n^2}\left(E\left[\left\{\int_{-\infty}^{y}\sum_{t=1}^{n} M_k\left(\frac{x-X_t}{h_n}\right) x\,dx\right\}\right]\right)^2$$

$$= \frac{n}{n^2h_n^2}\int\left[\int_{-\infty}^{y} M_k\left(\frac{x-X_1}{h_n}\right) x\,dx\right]^2 f(X_1)\,dX_1 + \frac{n(n-1)}{n^2h_n^2}\left[\int\int_{-\infty}^{y} M_k\left(\frac{x-X_1}{h_n}\right) x\,dx f(X_1)\,dX_1\right]^2$$
$$- \frac{1}{h_n^2}\left[\int\int_{-\infty}^{y} M_k\left(\frac{x-X_1}{h_n}\right) x\,dx f(X_1)\,dX_1\right]^2$$

$$= \frac{1}{n}\int\left\{\int_{-\infty}^{\frac{y-X_1}{h_n}} M_k(\psi)(X_1+h_n\psi)\,d\psi\right\}^2 f(X_1)\,dX_1$$
$$- \frac{1}{n}\left(\int\left\{\int_{-\infty}^{\frac{y-X_1}{h_n}} M_k(\psi)(X_1+h_n\psi)\,d\psi\right\} f(X_1)\,dX_1\right)^2 = O(n^{-1})$$

since $\int|K(\psi)| < \infty$, $\int|K(\psi)\psi|d\psi < \infty$ and $\int|\psi|f(\psi)d\psi < \infty$.

Let $\mathcal{M}_k(\psi) = \int_{-\infty}^{\psi} K(x)\,dx$.

$$Cov(\hat{\mu},\ \hat{F}_k(y))$$

$$= E\left[\hat{\mu}\hat{F}_k(y)\right] - E[\hat{\mu}]E\left[\hat{F}_k(y)\right]$$

$$= E\left[\left(\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} X_t\right)\left(\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}\int_{-\infty}^{\frac{y-X_t}{h_n}} M_k(\psi)d\psi\right)\right] - E\left[\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} X_t\right] E\left[\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}\int_{-\infty}^{\frac{y-X_t}{h_n}} M_k(\psi)\,d\psi\right]$$

$$= E\left[\left(\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} X_t\right)\left(\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} \mathcal{M}_k\left(\frac{y-X_t}{h_n}\right)\right)\right] - E\left[\left(\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} X_t\right)\right] E\left[\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} \mathcal{M}_k\left(\frac{y-X_t}{h_n}\right)\right]$$

$$= \frac{1}{n^2} E\left[\sum_{t=1}^{n} X_t \mathcal{M}_k\left(\frac{y-X_t}{h_n}\right)\right] + \frac{n(n-1)}{n^2} E[X_1] E\left[\mathcal{M}_k\left(\frac{y-X_t}{h_n}\right)\right] - E[X_1] E\left[\mathcal{M}_k\left(\frac{y-X_1}{h_n}\right)\right]$$

$$= \frac{1}{n} E\left[X_1 \mathcal{M}_k\left(\frac{y-X_1}{h_n}\right)\right] - \frac{1}{n} E[X_1] E\left[\mathcal{M}_k\left(\frac{y-X_1}{h_n}\right)\right]$$

$$= \frac{1}{n}\int X_1 \mathcal{M}_k\left(\frac{y-X_1}{h_n}\right) f(X_1)\,dX_1 - \frac{1}{n} E[X_1] \int \mathcal{M}_k\left(\frac{y-X_1}{h_n}\right) f(X_1)\,dX_1 = O(n^{-1})$$

The above equation holds by the inequality $|\mathcal{M}_k(\psi)| < \infty$.

$$|\mathcal{M}_k(\psi)| = \left|\int_{-\infty}^{\psi} M_k(x)\,dx\right| = \left|-\frac{1}{c_{k,0}}\sum_{|s|=1}^{k}\frac{c_{k,s}}{|s|}\int_{-\infty}^{\psi} K\left(\frac{\phi}{s}\right)d\phi\right| \le \left|-\frac{1}{c_{k,0}}\right|\left|\sum_{|s|=1}^{k} c_{k,s}\right|\int |K(\phi)|d\phi < \infty$$

$$Cov\left(\hat{\mu},\ \int_{-\infty}^{y} x\hat{f}_k(x)\,dx\right)$$

$$= E\left[\hat{\mu}\int_{-\infty}^{y} x\hat{f}_k(x)\,dx\right] - E[\hat{\mu}] E\left[\int_{-\infty}^{y} x\hat{f}_k(x)dx\right]$$

$$= E\left[\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} X_t \int_{-\infty}^{y}\frac{x}{nh_n}\sum_{t=1}^{n} M_k\left(\frac{x-X_t}{h_n}\right)dx\right] - E\left[\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n} X_t\right] E\left[\int_{-\infty}^{y}\frac{x}{nh_n}\sum_{t=1}^{n} M_k\left(\frac{x-X_t}{h_n}\right)dx\right]$$

$$= \frac{1}{n^2 h_n} E\left[\sum_{t=1}^{n} X_t \int_{-\infty}^{y} xM_k\left(\frac{x-X_t}{h_n}\right)dx\right] + \frac{n(n-1)}{n^2 h_n} E[X_1] E\left[\int_{-\infty}^{y} x\, M_k\left(\frac{x-X_1}{h_n}\right)dx\right]$$
$$- E[X_1] E\left[\int_{-\infty}^{y}\frac{x}{h_n} M_k\left(\frac{x-X_1}{h_n}\right)dx\right]$$

$$= \frac{1}{nh_n} E\left[X_1 \int_{-\infty}^{y} xM_k\left(\frac{x-X_1}{h_n}\right)dx\right] - \frac{1}{nh_n} E[X_1] E\left[\int_{-\infty}^{y} xM_k\left(\frac{x-X_1}{h_n}\right)dx\right]$$

$$= \frac{1}{n}\int X_1 \int_{-\infty}^{\frac{y-X_1}{h_n}} (X_1 + h_n\psi) M_k(\psi) f(X_1)\,d\psi dX_1 - \frac{1}{n} E[X_1] \int_{-\infty}^{\frac{y-X_1}{h_n}} (X_1 + h_n\psi) M_k(\psi) f(X_1)\,d\psi dX_1$$

$$= \frac{1}{n}\iint_{-\infty}^{\frac{y-X_1}{h_n}} (X_1^2 + X_1 h_n\psi) M_k(\psi)\, f(X_1)\,d\psi dX_1 - \frac{1}{n} E[X_1] \iint_{-\infty}^{\frac{y-X_1}{h_n}} (X_1 + h_n\psi) M_k(\psi) f(X_1)\,d\psi dX_1$$

$$= \frac{1}{n}\int X_1^2 \int_{-\infty}^{\frac{y-X_1}{h_n}} M_k(\psi) f(X_1) d\psi dX_1$$

$$+ \frac{1}{n}\int X_1 \int_{-\infty}^{\frac{y-X_1}{h_n}} h_n \psi M_k(\psi) f(X_1) d\psi dX_1$$

$$- \frac{1}{n}E[X_1] \int X_1 \int_{-\infty}^{\frac{y-X_1}{h_n}} M_k(\psi) f(X_1) d\psi dX_1 - \frac{1}{n}E[X_1] \iint_{-\infty}^{\frac{y-X_1}{h_n}} h_n \psi M_k(\psi) f(X_1) d\psi dX_1$$

$$= O(n^{-1})$$

$$Cov\left(\hat{F}_k(y), \int_{-\infty}^{y} x \hat{f}_k(x) dx\right)$$

$$= Cov\left[\int_{-\infty}^{y} \frac{1}{nh_n}\sum_{t=1}^{n} M_k\left(\frac{x-X_t}{h_n}\right) dx,\ \int_{-\infty}^{y} \frac{1}{nh_n} x \sum_{t=1}^{n} M_k\left(\frac{x-X_t}{h_n}\right) dx\right]$$

$$= E\left[\frac{1}{n^2 h_n^2}\sum_{t=1}^{n}\int_{-\infty}^{y} M_k\left(\frac{x-X_t}{h_n}\right) dx \int_{-\infty}^{y} x M_k\left(\frac{x-X_t}{h_n}\right) dx\right]$$

$$- \frac{1}{nh_n^2} E\left[\int_{-\infty}^{y} M_k\left(\frac{x-X_1}{h_n}\right) dx\right] E\left[\int_{-\infty}^{y} x M_k\left(\frac{x-X_1}{h_n}\right) dx\right]$$

$$= \frac{1}{n}\iint_{-\infty}^{\frac{y-X_1}{h_n}} M_k(\psi)\, d\psi \int_{-\infty}^{\frac{y-X_1}{h_n}} (X_1 + h_n\psi) M_k(\psi)\, d\psi f(X_1) dX_1$$

$$-\frac{1}{n}\iint_{-\infty}^{\frac{y-X_1}{h_n}} M_k(\psi) d\psi f(X_1) dX_1 \iint_{-\infty}^{\frac{y-X_1}{h_n}} (X_1 + h_n\psi) M_k(\psi)\, d\psi f(X_1) dX_1$$

$$= O(n^{-1})$$

provided by $\left|\int_{-\infty}^{\frac{y-X_1}{h_n}} M_k(\psi) d\psi\right| \leq \int |M_k(\psi) d\psi| d\psi < \infty$ and $\int |X_1| f(X_1) dX_1 < \infty$.

Therefore, I conclude following:

$Var(\hat{a}_k(y)) = O(n^{-1})$

Proof of Theorem 3

$$[\hat{P}_\alpha(\hat{F}_k) - P_\alpha(F)]$$
$$= \int \hat{f}_k(y)^\alpha \hat{a}_k(y) d\hat{F}_k(y) - \int f(y)^\alpha a(y) dF(y)$$
$$= \int \hat{p}_\alpha(y) d\hat{F}(y) - \int p_\alpha(y) dF(y)$$
$$= \int [\hat{p}_\alpha(y) - p_\alpha(y)] dF(y) + \int p_\alpha(y) d[\hat{F}_k(y) - F(y)] + \int [\hat{p}_\alpha(y) - p(y)] d[\hat{F}_k - F](y)$$

where $\hat{p}_\alpha \equiv \hat{f}_k^\alpha(y)\hat{a}_k(y)$ and $p_\alpha \equiv f(y)^\alpha a(y)$.

$$\hat{p}_\alpha(y) - p_\alpha(y)$$
$$= \hat{f}_\alpha^\alpha(y)\hat{a}_k(y) - f(y)^\alpha a(y)$$
$$= [\hat{f}_k(y)^\alpha - f(y)^\alpha][\hat{a}_k(y) - a(y)] + [\hat{f}_k(y)^\alpha - f(y)^\alpha] a(y) + f(y)^\alpha [\hat{a}_k(y) - a(y)]$$
$$= \alpha f^*(y)^{\alpha-1}[\hat{f}_k(y) - f(y)] a(y) + \alpha f^*(y)^{\alpha-1}[\hat{f}_k(y) - f(y)][\hat{a}_k(y) - a(y)] + f(y)^\alpha [\hat{a}_k(y) - a(y)]$$

According to the mean value theorem, I have $\hat{f}_k(y)^\alpha - f(y) = \alpha f^*(y)^{\alpha-1}\left(\hat{f}_k(y) - f(y)\right)$ where $f^*(y)$ lies in between f and $\hat{f}_k$ for all $y \in \mathbb{R}$.

$$E[\hat{P}_k(\hat{F}_k) - P_\alpha(F)]$$
$$= E\left[\int [\hat{p}_\alpha(y) - p_\alpha(y)] dF(y)\right] + E\left[\int p_\alpha(y) d[\hat{F}_k(y) - F(y)]\right] + E\left[\int [\hat{p}_\alpha(y) - p_\alpha(y)] d[\hat{F}_k - F](y)\right]$$

$$E\left[\int p_\alpha(y) d[\hat{F}_k(y) - F(y)]\right] = \int E\left[p_\alpha(y)[\hat{f}_k(y) - f(y)]\right]$$
$$= \int p_\alpha(y) E[\hat{f}_k(y) - f(y)] dy \leq O(h_n^r) E[p_\alpha(y)]$$

Note that

$$E\left[\left(\hat{f}_k(y) - f(y)\right)^2\right] = Bias\left(\hat{f}_k(y)\right)^2 + Var\left(\hat{f}_k(y)\right) = O(h_n^{2r}) + O((nh_n)^{-1})$$

and

$E\left[\left(\hat{a}_k(y)-a(y)\right)^2\right]=Bias\left(\hat{a}_k(y)\right)^2+Var\left(\hat{a}_k(y)\right)$. Hence,

$|E[\int[\hat{p}_\alpha(y)-p_\alpha]dF(y)]|\to 0$ as $n\to\infty$.

Similarly, I have as $n\to\infty$

$$E\left[\int[\hat{p}_\alpha(y)-p_\alpha]d[\hat{F}_k-F](y)\right]$$

$$=\int\left\{E\left[\left(\hat{p}_\alpha(y)-p_\alpha(y)\right)^2\right]\right\}^{1/2}\left\{E\left[\left(\hat{f}_k(y)-f(y)\right)^2\right]\right\}^{1/2}dy\longrightarrow 0$$

Now consider the part (b) then I need to show that $Var(\hat{P}_\alpha(\hat{F}_k)\longrightarrow 0$ as $n\to\infty$.

$$Var\left(\hat{P}_\alpha(\hat{F}_k)\right)$$

$$=Var\left(\int\hat{a}_k(y)\hat{f}_k(y)^{1+\alpha}dy\right)$$

$$=Var\left(\int\hat{a}_k(y)[f(y)^{1+\alpha}+(1+\alpha)f^*(y)^\alpha(\hat{f}_k(y)-f(y))]dy\right)$$

$$=Var\left(\int\hat{a}_k(y)f(y)^{1+\alpha}dy+(1+\alpha)\int\hat{a}_k(y)f^*(y)^\alpha\hat{f}_k(y)dy-(1+\alpha)\int\hat{a}_k(y)f^*(y)^\alpha f(y)dy\right)$$

$$\int\hat{a}_k(y)f(y)^{1+\alpha}dy$$

$$=\int\left[\hat{\mu}-y+2\hat{F}_k(y)-2y\int_{-\infty}^{y}x\hat{f}_k(x)dx\right]f(y)^{1+\alpha}dy$$

$$=\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}X_t\int f(y)^{1+\alpha}dy-\int yf(y)^{1+\alpha}dy+2\int\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}\int_{-\infty}^{\frac{y-X_t}{h_n}}M_k(\psi)\,d\psi f(y)^{1+\alpha}dy$$
$$-2\int y\int_{-\infty}^{y}x\left[\frac{1}{nh_n}\sum_{t=1}^{n}M_k\left(\frac{x-X_t}{h_n}\right)\right]dxf(y)^{1+\alpha}dy$$

$$=\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}X_t\int f(y)^{1+\alpha}dy-\int yf(y)^{1+\alpha}dy+\frac{2}{n}\sum_{t=1}^{n}\iint_{-\infty}^{\frac{y-X_t}{h_n}}M_k(\psi)\,d\psi f(y)^{1+\alpha}dy$$

$$-\frac{2}{n}\sum_{t=1}^{n}\int y\int_{-\infty}^{\frac{y-X_t}{h_n}}(X_t+h_n\psi)M_k(\psi)\,d\psi f(y)^{1+\alpha}dy$$

$$=\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}X_t\int f(y)^{1+\alpha}dy-\int yf(y)^{1+\alpha}dy+\frac{2}{n}\sum_{t=1}^{n}\iint_{-\infty}^{\frac{y-X_t}{h_n}}M_k(\psi)\,d\psi f(y)^{1+\alpha}dy$$

$$-\frac{2}{n}\sum_{t=1}^{n}X_t\int y\int_{-\infty}^{\frac{y-X_t}{h_n}}M_k(\psi)d\psi f(y)^{1+\alpha}dy-\frac{2}{n}\sum_{t=1}^{n}h_n\int y\int_{-\infty}^{\frac{y-X_t}{h_n}}\psi M_k(\psi)\,d\psi f(y)^{1+\alpha}dy$$

$$(1+\alpha)\int \hat{a}_k(y)f^*(y)^{\alpha}\hat{f}_k(y)dy$$

$$=(1+\alpha)\int\left[\hat{\mu}-y+2\hat{F}_k(y)-2y\int_{-\infty}^{y}x\hat{f}_k(x)dx\right]f^*(y)^{\alpha}\hat{f}_k(y)dy$$

$$=(1+\alpha)\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}X_t\int f^*(y)^{\alpha}\left[\frac{1}{nh_n}\sum_{t=1}^{n}M_k\left(\frac{y-X_t}{h_n}\right)\right]dy-(1+\alpha)\int yf^*(y)^{\alpha}\left[\frac{1}{nh_n}\sum_{t=1}^{n}M_k\left(\frac{y-X_t}{h_n}\right)dy\right]$$

$$+2(1+\alpha)\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}\iint_{-\infty}^{\frac{y-X_t}{h_n}}M_k(\psi)\,d\psi f^*(y)^{\alpha}\left[\frac{1}{nh_n}\sum_{t=1}^{n}M_k\left(\frac{y-X_t}{h_n}\right)\right]dy$$

$$-2(1+\alpha)\int y\int_{-\infty}^{y}x\left[\frac{1}{nh_n}M_k\left(\frac{x-X_t}{h_n}\right)\right]dxf^*(y)^{\alpha}\left[\frac{1}{nh_n}\sum_{t=1}^{n}M_k\left(\frac{y-X_t}{h_n}\right)\right]dy$$

$$=(1+\alpha)\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}X_t\int f^*(X_t+h_n\psi)^{\alpha}M_k(\psi)d\psi-(1+\alpha)\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}\int(X_t+h_n\psi)f^*(X_t+h_n\psi)^{\alpha}M_k(\psi)d\psi$$

$$+2(1+\alpha)\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}\iint_{-\infty}^{\theta}M_k(\psi)d\psi f^*(X_t+h_n\theta)^{\alpha}M_k(\theta)\,d\theta$$

$$-2(1+\alpha)\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}\int(X_t+h_n\theta)\left[\int_{-\infty}^{\theta}(X_t+h_n\psi)M_k(\psi)\,d\psi\right]f^*(X_t+h_n\theta)^{\alpha}M_k(\theta)d\theta$$

$$-(1+\alpha)\int \hat{a}_k(y)f^*(y)^{\alpha}f(y)dy$$

$$=-(1+\alpha)\int\left[\hat{\mu}-y+2\hat{F}_k(y)-2y\int_{-\infty}^{y}x\hat{f}_k(x)dx\right]f^*(y)^{\alpha}f(y)dy$$

$$=-(1+\alpha)\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}X_t\int f^*(y)^{\alpha}f(y)dy+(1+\alpha)\int yf^*(y)^{\alpha}f(y)\,dy$$

$$-2(1+\alpha)\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}\iint_{-\infty}^{\frac{y-X_t}{h_n}}M_k(\psi)\,d\psi f^*(y)^{\alpha}f(y)\,dy$$

$$+2(1+\alpha)\int y\int_{-\infty}^{y}x\left[\frac{1}{nh_n}\sum_{t=1}^{n}M_k\left(\frac{x-X_t}{h_n}\right)\right]dxf^*(y)^{\alpha}f(y)\,dy$$

$$=-(1+\alpha)\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}X_t\int f^*(y)^{\alpha}f(y)dy+(1+\alpha)\int yf^*(y)^{\alpha}f(y)\,dy$$

$$-2(1+\alpha)\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}\iint_{-\infty}^{\theta} M_k(\psi)\,d\psi f^{*}(X_t+h_n\theta)^{\alpha} f(X_t+h_n\theta)h_n\,d\theta$$

$$+2(1+\alpha)\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}\int (X_t+h_n\theta)\int_{-\infty}^{\theta}(X_t+h_n\psi)M_k(\psi)\,d\psi f^{*}(X_t+h_n\theta)^{\alpha} f(X_t+h_n\theta)\,h_n d\theta$$

$$nVar\left(\hat{P}_{\alpha}(\hat{F}_k)\right)$$

$$\longrightarrow Var\left(X_1\int f(y)^{1+\alpha}dy-\int yf(y)^{1+\alpha}dy+2\int f(y)^{1+\alpha}dy-2X_1\int yf(y)^{1+\alpha}dy\right.$$

$$+2(1+\alpha)f(X_1)^{\alpha}\iint_{-\infty}^{\theta} M_k(\psi)\,d\psi M_k(\theta)\,d\theta-2(1+\alpha)X_1^2 f(X_1)^{\alpha}\iint_{-\infty}^{\theta} M_k\,d\psi M_k(\theta)\,d\theta$$

$$\left.-(1+\alpha)X_1\int f(y)^{\alpha}f(y)dy+(1+\alpha)\int yf(y)^{1+\alpha}dy\right)$$

$$=Var\left(-\alpha X_1\int f(y)^{1+\alpha}dy-2X_1\int yf(y)^{1+\alpha}dy+2(1+\alpha)f(X_1)^{\alpha}(1-X_1^2)\iint_{-\infty}^{\theta} M_k(\psi)\,d\psi M_k(\theta)\,d\theta\right)$$

Proof. Theorem 4

$$
\begin{aligned}
&\hat{P}_k(\hat{F}_k)\\
&= \int \hat{a}_k(y)\hat{f}_k(y)^{1+\alpha}dy\\
&= \int \hat{a}_k(y)f(y)^{1+\alpha}dy + (1+\alpha)\int \hat{a}_k(y)f^*(y)^{\alpha}\hat{f}_k(y)dy - (1+\alpha)\int \hat{a}_k(y)f^*(y)^{\alpha}f(y)\,dy
\end{aligned}
$$

Let $\hat{P}_k(\hat{F}_k) \equiv \Sigma_{t=1}^{n} Z_{nt}$

$$
\begin{aligned}
&Z_{nt}\\
&= \frac{1}{n}\Big[X_t\int f(y)^{1+\alpha}dy - \int yf(y)^{1+\alpha}dy + 2\iint_{-\infty}^{\theta} M_k(\psi)\,d\psi f(X_t+h_n\psi)M_k(\psi)\,d\psi f(X_t+h_n\theta)^{1+\alpha}h_n d\theta\\
&\quad -2\int (X_t+h_n\theta)\int_{-\infty}^{\theta}(X_t+h_n\psi)M_k(\psi)\,d\psi f(X_t+h_n\theta)^{1+\alpha}h_n d\theta\\
&\quad +(1+\alpha)X_t\left(\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}\int f^*(X_t+h_n\psi)^{\alpha}M_k(\psi)\,d\psi\right)\\
&\quad -(1+\alpha)\int (X_t+h_n\psi)f^*(X_t+h_n\psi)^{\alpha}M_k(\psi)\,d\psi + 2(1+\alpha)\iint_{-\infty}^{\theta} M_k(\psi)d\psi f^*(X_t+h_n\theta)^{\alpha}M_k(\theta)\,d\theta\\
&\quad -2(1+\alpha)\int (X_t+h_n\theta)\int_{-\infty}^{\theta}(X_t+h_n\psi)M_k(\psi)\,d\psi f^*(X_t+h_n\theta)^{\alpha}M_k(\theta)d\theta - (1+\alpha)X_t\int f^*(y)^{\alpha}f(y)\,dy\\
&\quad +(1+\alpha)\int yf^*(y)^{\alpha}f(y)\,dy - 2(1+\alpha)\iint_{-\infty}^{\theta} M_k(\psi)\,d\psi f^*(X_t+h_n\theta)^{\alpha}f(X_t+h_n\theta)\,h_n d\theta\\
&\quad +2(1+\alpha)\int (X_t+h_n\theta)\int_{-\infty}^{\theta} M_k(\psi)\,d\psi f^*(X_t+h_n\theta)^{\alpha}f(X_t+h_n\theta)h_n d\theta\Big]
\end{aligned}
$$

Hence, I have $E[Z_{nt}] = O(n^{-1})$.

$$\sum_{t=1}^{n} E\left[\left(Z_{nt}-E(Z_{nt})\right)^2\right] = S_n^2 = Var\left(\hat{P}_\alpha(\hat{F}_k)\right)$$

Note that

$$\frac{\hat{P}_\alpha(\hat{F}_k) - E[\hat{P}_k(\hat{F}_k)]}{\sqrt{Var\left(\hat{P}_k(\hat{F}_k)\right)}} = \sum_{t=1}^{n}\left[\frac{Z_{nt}-E[Z_{nt}]}{S_n}\right] = \sum_{t=1}^{n} X_{nt}.$$

Hence, $E[X_{nt}] = 0$, $E[X_{nt}^2] = \frac{1}{S_n^2}E\left[\left(Z_{nt}-E(Z_{nt})\right)^2\right]$ and $\Sigma_{t=1}^{n}E[X_{nt}^2] = 1$.

To satisfy Liapounov's CLT, I need to know that $\lim_{n\to\infty}\sum_{t=1}^{n}E|X_{nt}|^{2+\delta}=0$. Let $Z_{nt}=\frac{1}{n}B_t$.

$$\sum_{t=1}^{n}E|X_{nt}|^{2+\delta}=\sum_{t=1}^{n}E\left[\left|\frac{Z_{nt}-E[Z_{nt}]}{S_n}\right|^{2+\delta}\right]$$

$$=\sum_{t=1}^{n}Var(S_n)^{-1-\delta/2}E\left[|Z_{nt}-E[Z_{nt}]|^{2+\delta}\right]$$

$$\le\sum_{t=1}^{n}Var(S_n)^{-1-\delta/2}2^{1+\delta}E\left[|Z_{nt}|^{2+\delta}+o(1)\right] \qquad \text{by using } c_r \text{ inequality}$$

$$\le nVar(S_n)^{-1-\delta/2}2^{1+\delta}n^{-2-\delta}+E\left[|B_t|^{2+\delta}+o(1)\right]$$

$$=Var(S_n)^{-1-\delta/2}2^{1+\delta}n^{-1-\delta}E\left[|B_t|^{2+\delta}+o(1)\right]$$

$$=\frac{1}{(nVar(S_n))^{1+\delta/2}}2^{1+\delta}\frac{1}{n^{\delta/2}}E\left[|B_t|^{2+\delta}+o(1)\right]$$

From the previous theorem, I know that $nVar(S_n)\longrightarrow var$ as $n\to\infty$. Then,

$$\lim_{n\to\infty}\sum_{t=1}^{n}E|X_{nt}|^{2+\delta}=0.$$

Hence, I have

$$\sqrt{n}\left[\hat{P}_\alpha(\hat{F}_k)-E[\hat{P}_\alpha(\hat{F}_k)]\right]\xrightarrow{d}N(0,\ var).$$

양극화 지수 추정: 비모수 커널 추정법을 기반으로

이나경*

논문요약

본 연구에서는 Duclos 등이 제시한 양극화 지수(DER Index)의 새로운 추정방법을 제시하고 있다. 기존 DER Index에 대한 추정치는 경험적 분포함수(empirical distribution function)와 Rosenblatt-Parzen 커널 밀도 추정함수(kernel density estimator)에 기초하고 있다. 그러나 경험적 분포함수를 이용한 기존의 DEX Index 추정은 평탄성(smoothness)의 부재라는 한계가 있다. 따라서 본고에서는 기존의 DER Index 추정치의 한계를 해결하기 위해 새로운 추정치를 제안한다. 이 추정치는 Mynbaev and Martins-Filho가 제시한 새로운 형태의 커널 밀도 추정치(kernel density estimator)를 기반으로 도출되어 기존 추정치의 한계를 극복하였다. 또한 이 추정치는 점근적 일치(consistent), $\sqrt{n}$ 속도로 점근정규성(asymptotic normality)을 확립하고 있음이 증명되었다. 몬테카를로 시뮬레이션 연구결과, 본고에서 제시한 추정치가 Bias와 평균제곱오차 측면에서 기존의 DER Index 추정치에 비해 우수한 것으로 입증되었다.

주제어: 양극화 측정값, DER 지수, 비모수 밀도 함수

투고일: 2021.05.14. 심사일: 2021.06.21. 게재확정일: 2021.07.04.

* 서울여자대학교 경제학과, 조교수.